

**EUR 3637 i**

**COMUNITÀ EUROPEA DELL'ENERGIA ATOMICA - EURATOM**

**INDAGINE TEORICA SUL METODO DELLA REATTIVITÀ NULLA  
(P C T R)**

di

**LIBRARY**

**G. GHILARDOTTI, B. MONTAGNINI e E. VIGLIANO  
(SNAM)**

**1967**



**Relazione elaborata da SNAM PROGETTI SpA  
Laboratori Riuniti Studi e Ricerche, Milano - Italia**

**Contratto Euratom N. 086-65-12 TEGi**

## AVVERTENZA

Il presente documento è stato elaborato sotto gli auspici della Commissione delle Comunità Europee.

Si precisa che la Commissione delle Comunità Europee, i suoi contraenti, o qualsiasi altra persona che agisca in loro nome :

non garantiscono l'esattezza o la completezza delle informazioni contenute nel presente documento, né che l'uso di qualsiasi informazione, dispositivo, metodo o processo, descritti nel presente documento, non arrechino pregiudizio ai diritti sulle opere dell'ingegno e sulle invenzioni industriali;

non assumono alcuna responsabilità per i danni che dovessero risultare dall'uso di informazioni, dispositivi, metodi o processi descritti con il presente documento.

La presente relazione può essere acquistata presso gli uffici vendita indicati nella quarta pagina della copertina

|                         |          |          |          |       |
|-------------------------|----------|----------|----------|-------|
| al prezzo di Lit. 2.310 | FF 18.50 | FB 185.— | DM 14.80 | 13.45 |
|-------------------------|----------|----------|----------|-------|

**All'atto dell'ordinazione, si prega di menzionare il riferimento EUR e il titolo, che figurano sulla copertina di ciascuna relazione.**

Stampato da SMEETS  
Bruxelles, novembre 1967

Per la riproduzione di questo documento ci si è serviti della miglior copia disponibile.

**EUR 3637 i**

**COMUNITÀ EUROPEA DELL'ENERGIA ATOMICA - EURATOM**

**INDAGINE TEORICA SUL METODO DELLA REATTIVITÀ NULLA  
(P C T R)**

di

**G. GHILDOTTI, B. MONTAGNINI e E. VIGLIANO  
(SNAM)**

**1967**



**Relazione elaborata da SNAM PROGETTI SpA  
Laboratori Riuniti Studi e Ricerche, Milano - Italia**

**Contratto Euratom N. 086-65-12 TEG1**

## RIASSUNTO

La ricerca svolta nel quadro del contratto Euratom SNAM N. 038-64-5 TEGl (vedi relazione EUR 3126 i) ha provato in modo soddisfacente la validità del metodo della reattività nulla applicato a reticoli a uranio naturale e grafite. La ricerca sperimentale suindicata ha peraltro messo in luce alcuni punti meritevoli di una indagine teorica approfondita che si trova riassunta nel presente rapporto.

I principali problemi studiati sono :

1. Influenza dello spettro sulla quantità di veleno che dà variazione nulla di reattività,
2. criteri di aggiustamento spettrale,
3. avvelenamento del buffer interno,
4. scelta dell'indice spettrale più opportuno,
5. appiattimento del flusso nella zona di prova,
6. correzione per l'assorbimento dell'azoto.

## PAROLE CHIAVE

REACTOR CORE  
NATURAL URANIUM FUEL  
GRAPHITE MODERATOR  
REACTORS  
RB - 1  
MARIUS  
MULTIPLICATION FACTORS  
THERMAL UTILIZATION

POISONING  
REACTIVITY  
NUMERICALS  
NEUTRON FLUX  
SPECTRA  
PCTR  
CRITICALITY

## INDICE

|   |      |    |
|---|------|----|
| 1. INTRODUZIONE .....   | pag. | 1  |
| 1.1 Principio del metodo della reattività nulla.....  | "    | 1  |
| 1.2 Obiettivi del contratto .....   | "    | 5  |
| 2. MESSA A PUNTO DEL METODO DI CALCOLO .....  | "    | 8  |
| 2.1 Generalità .....  | "    | 8  |
| 2.2 Modello monodimensionale .....  | "    | 9  |
| 2.3 Modello bidimensionale .....  | "    | 16 |
| 3. CALCOLO DELLE COSTANTI A DUE GRUPPI PER LE DIVERSE<br>CONFIGURAZIONI .....   | "    | 18 |
| 3.1 Modello monodimensionale .....  | "    | 18 |
| 3.2 Modello bidimensionale .....  | "    | 22 |
| 4. INFLUENZA DELLO SPETTRO INCIDENTE SULLA CELLA DI PROVA<br>SULLA QUANTITA' DI VELENO CHE DA' VARIAZIONE NULLA DI<br>REATTIVITA' ..... | "    | 24 |
| 4.1 Modello monodimensionale .....  | "    | 24 |
| 4.2 Modello bidimensionale .....  | "    | 31 |
| 4.3 Confronto con l'esperienza e conclusioni .....  | "    | 35 |
| 5. CRITERI DI AGGIUSTAMENTO SPETTRALE .....   | "    | 39 |
| 5.1 Generalità .....  | "    | 39 |
| 5.2 Modello monodimensionale .....  | "    | 40 |
| 5.3 Modello bidimensionale .....  | "    | 45 |
| 5.4 Confronto coll'esperienza e conclusioni .....   | "    | 48 |
| 6. EFFETTI DELL'AVVELENAMENTO DEL BUFFER .....  | "    | 51 |
| 6.1 Effetto sulla dipendenza spettrale della quantità<br>di veleno M che dà variazione nulla di reattività...                           | "    | 51 |

|  |         |
|--|---------|
| 6.2 Effetto sull'accuratezza del 1° criterio di<br>aggiustamento spettrale .....   | pag. 55 |
| 6.3 Conclusioni .....  | " 56    |
| 7. IMPIEGO DI DIVERSI TIPI DI RIVELATORI .....   | " 57    |
| 7.1 Calcoli .....  | " 57    |
| 7.2 Confronto coll'esperienza e conclusioni.....   | " 61    |
| 8. EFFETTO DI UNA CURVATURA RESIDUA DEL FLUSSO ASSIALE....   | " 63    |
| 8.1 Generalità e calcoli .....   | " 63    |
| 8.2 Conclusioni .....  | " 69    |
| 9. CORREZIONE PER L'ASSORBIMENTO DELL'AZOTO .....  | " 70    |
| 9.1 Modello monodimensionale.....  | " 70    |
| 9.2 Modello bidimensionale .....   | " 75    |
| 9.3 Confronto coll'esperienza e conclusioni .....  | " 78    |
| 10. OSSERVAZIONE SULLE SEZIONI EFFICACI .....  | " 80    |
| 11. CONCLUSIONI .....  | " 82    |
| 11.1 Influenza dello spettro, incidente sulla cella<br>di prova, sulla quantità di veleno che dà varia-<br>zione nulla di reattività ..... | " 82    |
| 11.2 Criteri di aggiustamento spettrale .....  | " 83    |
| 11.3 Avvelenamento del buffer interno .....  | " 84    |
| 11.4 Scelta dell'indice spettrale più opportuno .....  | " 84    |
| 11.5 Appiattimento del flusso nella zona di prova.....   | " 85    |
| 11.6 Correzione per l'assorbimento dell'azoto.....   | " 85    |
| APPENDICE .....  | " 87    |
| BIBLIOGRAFIA .....   | " 95    |
| ELENCO TABELLE .....   | " 96    |
| ELENCO FIGURE .....  | " 98    |

# INDAGINE TEORICA SUL METODO DELLA REATTIVITA' NULLA (P C T R )

## 1. INTRODUZIONE. (\*\*)

La ricerca svolta nel quadro del contratto EURATOM-SNAM N° 038-64-3 TEGI\* ha provato in modo soddisfacente la validità del metodo della reattività nulla, applicato a reticoli a uranio naturale e grafite. Ricordiamo che le misure sono state eseguite nell'insieme critico RB-1, Bologna, su due diversi reticoli, indicati rispettivamente con le sigle convenzionali B1 B29.2 e B1 T5, che differiscono l'uno dall'altro solo per l'elemento di combustibile inserito nel canale di raffreddamento, una barra piena di 29,2 mm di diametro, in un caso, un tubo di 5 cm di diametro esterno nell'altro. Su entrambi i reticoli erano state precedentemente eseguite misure nell'insieme critico MARIUS, Cadarache, col metodo di sostituzione, così che è stato possibile un confronto diretto fra i due metodi, quello di sostituzione e quello della reattività nulla.

Mentre facciamo senz'altro riferimento al Rapporto EUR 3126.i per una descrizione esauriente del lavoro svolto, riteniamo utile premettere qui una breve esposizione dei principi su cui si fonda il metodo della reattività nulla.

### 1.1 Principio del metodo della reattività nulla.

Il fattore di moltiplicazione infinita di un mezzo moltiplicante ben moderato e la quantità di veleno termico necessaria per ridurre tale fattore all'unità sono legati fra di loro dall'e-

---

\* Si veda a tale proposito il Rapporto EUR 3126.i -

\*\* Manoscritto ricevuto il 23 agosto 1967.

quazione

$$(1) \quad K_{\infty} = f/f'$$

dove  $K_{\infty}$  è il fattore di moltiplicazione infinita,  
 $f$  è il fattore di utilizzazione termica,  
 e l'apice denota le grandezze relative al mezzo av-  
 velenato.

La (1) si ricava immediatamente dalla solita formula a 4 fatto-  
 ri, supponendo che l'aggiunta di un veleno termico alteri so-  
 lo il fattore di utilizzazione termica.

La (1) si può riscrivere come segue, in modo da far figurare e  
 splicitamente l'assorbimento del veleno,

$$(2) \quad K_{\infty} - 1 = f \frac{(\sum_a V \phi)_x}{(\sum_a V \phi)_u}$$

oppure

$$(3) \quad (K_{\infty} - 1) \Sigma_a = \frac{(\sum_a V \phi)_x}{V \phi}$$

dove  $\Sigma_a$  è la sezione macroscopica d'assorbimento termi-  
 co,  
 $V$  è il volume,  
 $\phi$  è il flusso termico,



l'indice  $\mu$  si riferisce al combustibile,

$\chi$  si riferisce al veleno,

e le grandezze senza indice sono quelle relative all'intera cella.

L'esame della (3) mostra che sarebbe possibile risalire a  $(K_{\infty}-1)\Sigma a$ , nota la quantità di veleno necessario per ridurre  $K_{\infty}$  all'unità. Infatti il rapporto  $\phi_{\chi}/\phi$  è poco diverso dall'unità, se si colloca il veleno lungo il contorno della cella, e può essere valutato per via teorica, senza introdurre errori apprezzabili sul risultato. Una misura addizionale di struttura fine permetterebbe di determinare il rapporto tra il flusso medio nel veleno e quello nell'uranio, e quindi di risalire a  $(K_{\infty}-1)$  attraverso la (2). Resta il problema di trovare un criterio operativo che ci permetta di determinare la quantità di veleno da inserire nella (2) (o nella (3)).

Si osserva a questo punto che la quantità di veleno in questione si potrebbe direttamente misurare in un mezzo moltiplicante infinito critico sfruttando il fatto che la reattività non cambierebbe se una porzione qualsiasi del mezzo fosse sostituita dal vuoto. Questo perché si può ammettere che la cavità vuota abbia  $K_{\infty}=1$ , così come il reattore infinito critico. Tutto ciò vale anche in un reattore finito, a condizione che sulle pareti della cavità, da cui si estrae la porzione di reticolo in esame (al limite una sola cella), si riesca a riprodurre la distribuzione spaziale ed energetica del flusso che esisterebbe nel mezzo infinito critico.

Queste osservazioni ci forniscono il criterio operativo cercato: la quantità di veleno necessaria per ridurre  $K_{\infty}$  all'unità si identifica con la quantità di veleno da aggiungere alla cella del reticolo in esame, perchè la reattività del sistema non vari in seguito all'estrazione della cella stessa, beninteso una volta realizzata sul contorno della cella la distribuzione di flusso del reticolo infinito critico. Il reticolo infinito critico è quello in esame, debitamente avvelenato.

In conclusione, la procedura sperimentale si articola logicamente nelle seguenti parti :

- a) Una porzione del reticolo in esame, costituita di solito da 9 celle, per un reticolo quadrato, è inserita nella cavità interna dell'RB1, per tutta la sua lunghezza. Il segmento centrale, alto 50-60 cm, della cella centrale, è usato come cella di prova, cioè si può estrarre dal reattore e caricare di veleno.
- b) La distribuzione spaziale ed energetica del flusso esistente sul contorno della regione di prova viene aggiustata fino a riprodurre quella esistente nel reticolo infinito critico. In realtà in via preliminare si bada soltanto all'aggiustamento spaziale, realizzando un flusso il più possibile uniforme lungo la parete della cella di prova. Quanto all'aggiustamento energetico, si preferisce determinare per diversi spettri la quantità di veleno che dà variazione di reattività nulla, quindi interpolare mediante opportuni criteri.

- c) Si misura la variazione di reattività dovuta all'estrazione della cella di prova, in funzione della quantità di veleno aggiunta, e per interpolazione si determina quella che dà variazione di reattività nulla.
- d) Si correggono i risultati per l'effetto dell'assorbimento dell'azoto nella cavità.
- e) Lo spettro, in cui sono state eseguite le misure di cui al punto c) è individuato mediante la misura di indici spettrali opportuni (rapporto al Cd, indici Pu/U).
- f) Si misura la struttura fine del flusso della cella, in modo da determinare il rapporto tra il flusso medio nel veleno e quello nell'uranio, nonché il fattore di utilizzazione termica.
- g) Le misure di cui ai punti c) e e), e talvolta anche quelle di cui al punto f), vengono ripetute, e per interpolazione mediante opportuni criteri si determinano i valori che si avrebbero nello spettro del reticolo infinito critico, quindi si risale al  $K_{\infty}$ .

## 1.2 Obiettivi del contratto.

La ricerca sperimentale suaccennata ha peraltro messo in luce alcuni punti, meritevoli di una indagine teorica approfondita, che è stata svolta nell'ambito di un successivo contratto EURATOM-SNAM N° 086-65-12 TEGI, e che si trova riassunta nel

presente rapporto.

I principali problemi studiati sono i seguenti :

- 1) Influenza dello spettro, incidente sulla cella di prova, sulla quantità di veleno che dà variazione nulla di reatvità.
- 2) Criteri di aggiustamento spettrale. L'esperienza ha mo=  
strato che nel caso del reticolo B29.2 i due criteri pro=  
posti da Heinemann per aggiustare lo spettro portano a  
risultati diversi. Si vuole perciò trovare una spiega=  
zione di queste discrepanze e stabilire quale dei due cri=  
teri sia eventualmente preferibile.
- 3) Effetto dell'avvelenamento uniforme della zona di adatta=  
mento spettrale (buffer interno).
- 4) Scelta del miglior rivelatore, ossia dell'indice spettra=  
le più adatto. Sensibilità dei risultati al tipo di ri=  
velatore usato.
- 5) Effetto della curvatura del flusso nella zona di prova.  
Durante le misure si era cercato di appiattire il flusso  
il più possibile, spesso con fatica. Una stima dell'ef=  
fetto della curvatura del flusso ha lo scopo sia di snel=  
lire eventualmente la procedura sperimentale, sia di va=  
lutare la correzione da apportare per la curvatura resi=  
dua.

- 6) Correzione per la presenza di azoto nella cavità di prova. Tale correzione, valutata per via sperimentale, non si accorda coi risultati di un calcolo semplice, basato sull'equivalenza degli assorbimenti, e inoltre appare dipendere in modo sensibile dallo spettro. Si vuole quindi migliorare il metodo di calcolo fino ad arrivare a una precisione soddisfacente dei risultati sperimentali.

La suddivisione in capitoli del rapporto segue l'elenco dei problemi su riportati.

## 2. MESSA A PUNTO DEL METODO DI CALCOLO.

### ' 2.1 Generalità.

Effetti come quelli elencati nell'introduzione possono spesso essere studiati seguendo due vie diverse. La prima è quella di far uso di metodi di calcolo analitici, come la teoria delle perturbazioni, applicati a modelli estremamente semplificati della realtà sperimentale. Essi hanno il vantaggio che i risultati si prestano ad una interpretazione immediata, ma la drastica semplificazione che li precede può condurre (quando la fisica del problema sia già piuttosto incerta) ad eliminare a priori, come non essenziali, fatti che in realtà condizionano notevolmente il fenomeno; in altre parole c'è il rischio di far dire alla teoria quello che si vuole.

Inoltre la semplicità dei metodi analitici è spesso solo apparente, perchè le costanti, p. es. a due gruppi, necessarie per impostare le equazioni devono quasi sempre essere calcolate per mezzo di codici complicati.

Per questi motivi abbiamo preferito seguire la seconda via, quella dei metodi di calcolo numerici, in modo da realizzare innanzitutto un'accurata simulazione delle esperienze PCTR.

Una volta rilevato numericamente il fenomeno che interessa, l'accertamento delle cause che lo provocano, cioè in definitiva la sua interpretazione fisica, è ottenuta variando i parametri del problema, secondo un piano coerente, e misurando l'ef

fetto della variazione sulla grandezza in esame. Questa metodologia, di carattere tipicamente sperimentale, può dare risultati in realtà del tutto esaurienti, e difficilmente lascia adito ad errori di interpretazione. Ciò non toglie che anche soltanto la scelta di un modello monodimensionale, anzichè bidimensionale, per alcuni effetti in studio apparentemente indifferente, ha portato a risultati errati e contrari all'esperienza.

Una parte dei calcoli è stata perciò eseguita con entrambi i modelli, che descriviamo qui di seguito.

## 2.2 Modello monodimensionale.

Come reattore PCTR tipico è stato considerato il reattore RB1. Esso è stato suddiviso in cinque zone, corrispondenti alla cella di prova, al buffer interno (costituito dalle restanti celle del reticolo da provare), al buffer esterno (che viene caricato di combustibile in misura maggiore o minore in modo da realizzare lo spettro desiderato sul bordo della cella di prova), al driver, al riflettore.

La fig. 1 mostra una delle configurazioni del reattore RB1, caricato col reticolo CEA B1 B29.2, com'è nella realtà <sup>[1]</sup>, e la fig. 2 dà la schematizzazione adottata. Nella stessa figura sono indicate le dimensioni delle varie zone.

Nel buffer esterno, in cui il combustibile è in realtà disposto in modo variabile lungo la direzione assiale allo scopo di ottenere l'appiattimento nella cella di prova, si è ridistri-

buito il combustibile in barre assialmente uniformi, facendo in modo di preservare la quantità totale di combustibile presente.

Gli spezzoni di combustibile che sono presenti nella zona superiore e inferiore del buffer interno sono stati attribuiti al buffer esterno.

Si ottiene in tal modo un sistema moltiplicante le cui caratteristiche dipendono solo dalla coordinata radiale; assialmente viene introdotto un buckling trasverso, uguale a zero nella zona di prova e nel buffer interno (in modo d'avere l'appiattimento assiale), e a  $(\pi^2/H^2)$ , essendo H l'altezza del core aumentata delle opportune lunghezze estrapolate (variabili a seconda del gruppo di neutroni) nel buffer esterno, nel driver e nel riflettore.

Ciascuna delle cinque zone radiali viene omogeneizzata, distribuendo uniformemente in essa il combustibile e il moderatore presenti. Le sezioni d'urto relative alla pasta omogenea vengono determinate per mezzo di due codici per calcoli di cella, e precisamente :

- per le costanti veloci, il codice GAM-2<sup>[2]</sup> ; il calcolo dello spettro di rallentamento essendo effettuato in approssimazione  $B_3$ , mentre le risonanze dell' $U^{238}$  sono trattate alla Nordheim ;
- per le costanti termiche, il codice THERMOS<sup>[3]</sup> ; le sezioni d'urto introdotte in libreria sono quelle Westcott



1960 <sup>[4]</sup> e come matrice di scattering del moderatore (carbonio) viene usata quella del modello del gas libero.

Si calcola quindi la costante di moltiplicazione effettiva,  $k_{eff}$ , del reattore e i flussi a più gruppi mediante il codice di diffusione monodimensionale GAZE <sup>[5]</sup>. (In fig. 2 sono indicati gli intervalli di discretizzazione impiegati nel calcolo).

Tale codice permette di eseguire una ricerca automatica della criticità, sia variando la dimensione di una zona moltiplicante (nel nostro caso, spostando il confine driver-riflettore, ciò che ha il pregio di non far variare apprezzabilmente lo spettro nella regione di prova), sia avvelenando una regione (nel nostro caso, la cella di prova). Queste possibilità vengono utilizzate per la simulazione numerica delle esperienze PCTR, come indicato nel Cap. 4.

Come controllo dell'accuratezza di GAM-2 e THERMOS abbiamo calcolato la costante di moltiplicazione infinita  $K_{\infty}$  dei reticoli CEA B1 B29.2 e B1 T5. Per la descrizione dettagliata delle caratteristiche di tali reticoli v. <sup>[1]</sup>. Qui basterà dire che B1 B29.2 è un reticolo quadrato uranio naturale-grafite di passo 224 mm; l'elemento di combustibile è una barra del diametro di 29,2 mm ed il canale ha un diametro di 70 mm. B1 T5 è analogo, salvo che l'elemento di combustibile è tubolare, con diametro interno di 30 mm e diametro esterno di 50 mm.

Le costanti a due gruppi ottenute per mezzo dei codici GAM-2 e THERMOS sono elencate nelle Tabelle 2.1 e 2.2.

Tabella 2.1 - Costanti a due gruppi del reticolo B1 B29.2 omogeneizzato.

|                             | Gruppo veloce (1)                       | Gruppo termico (2)                      |
|-----------------------------|---|---|
| Limite superiore di energia | $14,9182 \cdot 10^6 \text{ eV}$         | $0,68256(0,63266^*)\text{eV}$           |
| Limite inferiore di energia | $0,68256 \text{ eV}$                    | $0 \text{ eV}$                          |
| $\epsilon \vee \Sigma_f$    | $2,54442 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ | $28,5933 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ |
| $\Sigma_a$                  | $5,60772 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ | $23,6976 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ |
| $\Sigma_{rem}$              | $37,4418 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ | -                                       |
| D                           | $1,14096 \text{ cm}$                    | $0,860519 \text{ cm}$                   |

\* Il limite superiore di energia di THERMOS, con la libreria attualmente adottata, vale 0,63266 eV e non coincide perciò esattamente con quello inferiore di GAM-2. Ciò comporta un errore assai piccolo sulle sezioni medie, e comunque trascurabile per il nostro fine di mettere in luce essenzialmente effetti qualitativi.

Tabella 2.2 - Costanti a due gruppi del reticolo B1 T5 omogeneizzato.

|                             | Gruppo veloce (1)                       | Gruppo termico (2)                      |
|-----------------------------|---|---|
| Limite superiore di energia | $14,9182 \cdot 10^6 \text{ eV}$         | $0,68256(0,63266^*)\text{eV}$           |
| Limite inferiore di energia | $0,68256 \text{ eV}$                    | $0 \text{ eV}$                          |
| $\epsilon \vee \Sigma_f$    | $4,68495 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ | $48,1296 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ |
| $\Sigma_a$                  | $9,5266 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$  | $38,3287 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ |
| $\Sigma_{rem}$              | $39,0752 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ | $0 \text{ cm}^{-1}$                     |
| D                           | $1,11083 \text{ cm}$                    | $0,84745 \text{ cm}$                    |

I simboli usati nella tabella sono evidenti; rileviamo solo che la sezione d'assorbimento  $\Sigma_a$  comprende gli eventi di cattura e di fissione e che  $\Sigma_{rem}$  è la somma della sezione d'assorbimento veloce e della sezione di rimozione per rallentamento verso il gruppo inferiore; infine che il fattore di moltiplicazione veloce  $\epsilon$  è stato introdotto come un fattore numerico che moltiplica  $\nu$ . Ciò perchè la moltiplicazione veloce è considerata dal codice GAM-2 come quella di una miscela omogenea di combustibile e moderatore, e non differisce apprezzabilmente dall'unità. Il fattore  $\epsilon$  va quindi calcolato a parte (da calcoli CEA si ha  $\epsilon = 1,0351$  per il reticolo B1 B29.2 ed  $\epsilon = 1,03792$  per il reticolo B1 T5) e introdotto come detto prima.

Il buckling materiale a due gruppi è dato dalla formula

$$(1) \quad B_M^2 = -\frac{1}{2} \left[ \frac{\Sigma_{a2}}{D_2} + \frac{\Sigma_{rem} - (\epsilon \nu \Sigma_f)_1}{D_1} \right] + \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{\Sigma_{a2}}{D_2} + \frac{\Sigma_{rem} - (\epsilon \nu \Sigma_f)_1}{D_1} \right]^2 + \frac{(\Sigma_{rem} - \Sigma_{a2})(\epsilon \nu \Sigma_f)_2 - (\Sigma_{rem} - (\epsilon \nu \Sigma_f)_1) \Sigma_{a2}}{D_1 D_2}}$$

dove 1,2 indicano le costanti veloci e termiche rispettivamente; a questo buckling corrisponde un rapporto flusso veloce/flusso termico uguale a

$$(2) \quad \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\Sigma_{a2} + D_2 B_M^2}{\Sigma_{rem} - \Sigma_{a1}} \quad \text{(spettro proprio del reticolo)} \\ \text{lo})$$

La costante di moltiplicazione infinita si calcola con la formula

$$(3) \quad K_{\infty} = \frac{(\epsilon \nu \Sigma_f)_3 + (\epsilon \nu \Sigma_f)_1 \cdot \frac{\Sigma_{a2}}{\Sigma_{rem} - \Sigma_{a1}}}{\Sigma_{a2}} \cdot \frac{\Sigma_{rem} - \Sigma_{a1}}{\Sigma_{rem}}$$

Introducendo nelle formule i dati delle tabelle 2.1 e 2.2 otteniamo

$$B1 \ B29.2 \quad K_{\infty} = 1,0938$$

$$B1 \ T5 \quad K_{\infty} = 1,0695$$

I corrispondenti valori di  $\phi_1/\phi_2$  sono

$$B1 \ B29.2 \quad \frac{\phi_1}{\phi_2} = 0,78290$$

$$B1 \ T5 \quad \frac{\phi_1}{\phi_2} = 1,33797$$

E' utile ricavare il valore di  $\phi_1/\phi_2$  che si realizza quando il reticolo è avvelenato in modo tale da portare all'unità la costante di moltiplicazione infinita ( $B_M^2 = 0$ ).

Si ha (v. Appendice)

$$(4) \quad \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{avvelenato}} = \frac{(\epsilon \nu \Sigma_f)_3}{\Sigma_{rem} - (\epsilon \nu \Sigma_f)_1}$$

Per i due reticoli in esame si ha

$$B1 \text{ B29.2} \quad \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{avvelenato}} = 0,81935$$

$$B1 \text{ T5} \quad \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{avvelenato}} = 1,39951$$

E' anche utile ottenere il rapporto dei flussi aggiunti del reticolo avvelenato:

$$(5) \quad \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} = \frac{\Sigma_{rem}^+ - \Sigma_{a1}^+}{\Sigma_{rem}^+ - (\epsilon \nu \Sigma_f^+)_d}$$

Per i due reticoli esso vale

$$B1 \text{ B29.2} \quad \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} = 0,91222$$

$$B1 \text{ T5} \quad \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} = 0,85921$$

I valori così trovati sono in buon accordo con quelli ottenuti sperimentalmente uguali, per B1 B29.2, a 1,093 (interpolazione parabolica, v. § 4.3) e, per B1 T5, a 1,076 (interpolazione parabolica).

Per controllare poi la validità del codice GAZE e del modello monodimensionale abbiamo calcolato la costante di moltiplicazione effettiva del reattore RB1 per una configurazione tipica (32 barre standard nel buffer esterno, v. oltre) e per il reticolo B1

B29.2. Si è ottenuto

$$K_{\text{eff}} (\text{caricamento B1 B29.2}) = 1,035$$

Non si hanno dati precisi sul  $K_{\text{eff}}$  di RB1 in quelle condizioni, ma sappiamo che, nel corso delle esperienze su B1 B29.2, doveva essere di ben poco superiore all'unità. Il confronto si deve perciò considerare soddisfacente, per un modello monodimensionale, tenuto conto della struttura complicata del reattore RB1. Maggiori dettagli sul calcolo della costante di moltiplicazione effettiva verranno dati nel Cap. seguente.

Vogliamo tuttavia far presente che ciò che è realmente importante è la ripetibilità dei calcoli di criticità, vale a dire che gli errori di arrotondamento siano assolutamente trascurabili; ciò perchè tutte le esperienze numeriche mirano alla valutazione di una differenza (assai piccola) tra due valori di  $K_{\text{eff}}$  del reattore. Si è constatato che il codice GAZE-2 per punti radiali, con sole 6 iterazioni (pari a circa 1' su IBM 7090) riesce a raggiungere una precisione di  $10^{-5}$  (1 pcm) su  $K_{\text{eff}}$ . Tale precisione è stata imposta in tutti i calcoli GAZE-2, sia pure solo nel senso che il calcolo viene arrestato quando il  $K_{\text{eff}}$  calcolato alla n-esima iterazione differisce dal  $K_{\text{eff}}$  alla (n+1)-esima per mezzo di  $10^{-5}$ .

### 2.3 Modello bidimensionale.

Nel modello bidimensionale (simmetria r - z) il reattore RB1 è stato suddiviso in regioni come indicato in fig. 3. Procedendo

dal centro alla periferia si trova la zona di prova (A), il buffer interno, costituito dal resto del reticolo in esame (B), le cui parti più vicine al riflettore in alto (e, simmetricamente, in basso) sono in realtà caricate anche di barrette di uranio arricchito, visibili nei canali B1 B29.2 accanto alla barra di uranio naturale (fig. 1), e costituiscono perciò una zona a parte (C), il buffer esterno costituito di una parte centrale (D) e di 2 parti estreme simmetriche (E) le cui composizioni possono essere variate per ottenere diversi spettri al bordo della cella, il driver (F), il riflettore (G).

Come nel modello monodimensionale, ogni singola regione viene omogeneizzata mediante i codici di cella GAM-2 e THERMOS. Si procede quindi ai calcoli di criticità (a due gruppi), utilizzando il codice EQUIPOISE [6]. In fig. 3, che è in scala, appare anche il reticolo del calcolo alle differenze finite.

A titolo di controllo è stato eseguito un calcolo di  $K_{eff}$  del reattore RB1, che ha portato, per una configurazione tipica del buffer (1° configurazione B1 B29.2) di [1], a

$$K_{eff} = 0,98469$$

valore ancora soddisfacente, dal momento che, come abbiamo già ricordato, il reattore RB1, con quella configurazione, raggiungeva a stento la criticità.

Anche per i calcoli EQUIPOISE si è richiesta una precisione di 1 pcm su  $K_{eff}$ . Un calcolo tipico (1560 punti) richiede circa 10' su IBM 7090.

### 3. CALCOLO DELLE COSTANTI A DUE GRUPPI PER LE DIVERSE CONFIGURAZIONI.

#### 3.1 Modello monodimensionale.

Riportiamo nella tabella 3.1 i valori del coefficiente di diffusione e delle sezioni macroscopiche a due gruppi nelle diverse regioni in cui è stato suddiviso il reattore RB1. Per comodità riportiamo anche i dati già elencati nelle tabelle 2.1 e 2.2 .

Per ciò che riguarda le costanti nel buffer esterno è da tener presente che, allo scopo di ottenere diversi spettri (o per dir meglio, diversi rapporti flusso veloce/flusso termico) sul contorno della zona di prova, e verificare così i criteri di aggiustamento spettrale, abbiamo adottato la medesima soluzione che viene in pratica effettuata nel PCTR: si aumenta o diminuisce il numero delle barre presenti nel buffer esterno. La reattività del sistema può essere poi sempre riportata a un valore standard (nel caso nostro,  $K_{eff} = 1$  a cella di prova estratta) mediante variazione del raggio esterno del driver.

Per mantenere un buon accordo coll'esperienza non ci siamo limitati ad aumentare o diminuire le percentuali di combustibile nella pasta omogeneizzata, ma abbiamo considerato anche la variazione delle sezioni d'urto, ripetendo per diverse configurazioni, corrispondenti a 0,8,16,20,26,30,32,36 barre presenti nel buffer, i calcoli di omogeneizzazione coi codici GAM-2 e THERMOS.

Alle singole barre è stata attribuita un'area di moderatore  $u=$



Tabella 3.1 - Costanti macroscopiche del reattore RB1 nel modello monodimensionale.

a) Costanti veloci (0,68256 eV - 14,9182 MeV)

|                   | D                         | $\Sigma_a$               | $\epsilon \nu \Sigma_f$ | $\Sigma_{out}$           |
|-------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|
| reticolo B1 B29.2 | 1,14096                   | $5,60772 \cdot 10^{-4}$  | $2,45814 \cdot 10^{-4}$ | $31,8341 \cdot 10^{-4}$  |
| reticolo B1 T5    | 1,11083                   | $10,06699 \cdot 10^{-4}$ | $4,51379 \cdot 10^{-4}$ | $29,54866 \cdot 10^{-4}$ |
| buffer esterno    | caratteristiche variabili |                          |                         |                          |
| driver            | 1,10960                   | $1,86766 \cdot 10^{-4}$  | $2,19653 \cdot 10^{-4}$ | $33,33545 \cdot 10^{-4}$ |
| riflett.          | 1,10402                   | $0,06989 \cdot 10^{-4}$  | -                       | $33,57874 \cdot 10^{-4}$ |

b) Costanti termiche (0 - 0,63266 eV)

|                   | D                         | $\Sigma_a$               | $\epsilon \nu \Sigma_f$  |
|-------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| reticolo B1 B29.2 | 0,86052                   | $23,69760 \cdot 10^{-4}$ | $28,59313 \cdot 10^{-4}$ |
| reticolo B1 T5    | 0,84745                   | $38,3287 \cdot 10^{-4}$  | $48,1296 \cdot 10^{-4}$  |
| buffer esterno    | caratteristiche variabili |                          |                          |
| driver            | 0,82429                   | $14,95209 \cdot 10^{-4}$ | $24,50925 \cdot 10^{-4}$ |
| riflettore        | 0,81842                   | $2,85349 \cdot 10^{-4}$  | -                        |

c) Altri dati integrali, ricavati dalle formule (3)(4)(5) del Cap. 2 \*

|                   | $K_{\infty}$ | $(\frac{I_1}{I_2})_{\infty \text{ avvelenato}}$ | $(\frac{I_1^+}{I_2^+})_{\infty \text{ avvelenato}}$ |
|-------------------|--------------|---|---|
| reticolo B1 B29.2 | 1,091539     | 0,81733   | 0,90997   |
| reticolo B1 T5    | 1,050549     | 1,37114   | 0,84180   |

\* Il valore di  $(\epsilon \nu \Sigma_f)$  usato in questi calcoli per i due reticoli differisce del 3% da quello, più corretto, già riportato nelle Tabelle 2.1 e 2.2. Ciò comporta che il valore della costante di moltiplicazione infinita si abbassi da 1,09383 a 1,09154 per B1 B29.2 e da 1,06946 a 1,05055 per B1 T5. Di ciò si deve tener conto quando si facciano confronti con altri calcoli o con le esperienze. Anche il fattore di Dancoff(per B1 T5) è stato corretto in un secondo tempo.

guale all'area della zona buffer divisa per il numero delle barre.

Per verificare se l'approssimazione della cella equivalente mantenesse la sua validità per le barre della zona buffer (ed anche della zona driver) che in realtà non si trovano in un reticolo indefinitamente esteso, ma formano una semplice o doppia fila (ad es. v. la mappa di caricamento che appare in fig. 1) si è proceduto nel modo seguente: ad ogni barra sono state associate due diverse porzioni di moderatore, la prima corrispondente ad una cella il cui passo è uguale alla distanza tra due barre consecutive nella stessa fila, la seconda corrispondente ad una cella di area doppia.

Si è poi supposto che la barra di combustibile potesse essere divisa in quattro settori uguali, e che a quelli prospicienti le barre vicine (in numero di due, quindi, nel caso di fila semplice, di tre nel caso di fila doppia) si dovessero attribuire le costanti ricavate dalla cella piccola, agli altri settori, prospicienti il moderatore, le costanti ricavate dalla cella grande. Si è poi fatta una media, che è risultata differire dell'ordine del 0,5% per il gruppo veloce (valore di  $\sigma_a (U^{238})$ ) e dell'1% per il gruppo termico (valore di  $\sigma_a (U^{235})$ ) dal valore ottenuto per una cella la cui area è la media delle due precedenti. Ciò denota (come è stato poi confermato da altri calcoli) che le costanti dipendono linearmente dall'area associata, il che conferma, sia pure in modo piuttosto vago, che il metodo d'omogeneizzazione può ancora ragionevolmente applicarsi a un reattore come l'RB1.

Ricavate in tal modo le costanti fondamentali per diversi caricamenti del buffer (oltrechè del reticolo in prova e della zona driver) esse sono state interpolate in funzione del rapporto numero nuclei  $U^{235}$ /numero nuclei C. E' così possibile effettuare anche un gran numero di calcoli GAZE, in condizioni spettrali leggermente diverse, senza ripetere i laboriosi calcoli THERMOS e GAM-2.

I grafici delle sezioni microscopiche omogeneizzate del buffer esterno in funzione di  $U^{235}/C$  sono riportati nelle figg. 4,5,6, 7,8. In tabella 3.2 diamo per maggior comodità le densità (nuclei/cm<sup>3</sup> a  $10^{24}$ ) dei vari nuclidi in funzione del numero delle barre standard presenti nel buffer.

Tabella 3.2 - Densità dei nuclidi in funzione del numero delle barre nel buffer interno (at/cm<sup>3</sup> x  $10^{24}$ ).

| n°<br>barre | Area as-<br>sociata<br>cm <sup>2</sup> | $U^{235} \cdot 10^{-6}$ | $U^{238} \cdot 10^{-5}$ | $C \cdot 10^{-2}$ | $Al \cdot 10^{-4}$ | $O \cdot 10^{-5}$ |
|-------------|--|-------------------------|-------------------------|-------------------|--------------------|-------------------|
| 0           | -                                      | -                       | -                       | 8,52831           | -                  | -                 |
| 8           | 41.311                                 | 2,74333                 | 1,09732                 | 8,34642           | 0,40839            | 2,74333           |
| 20          | 16.524                                 | 6,85849                 | 2,74337                 | 8,35037           | 1,02100            | 6,85849           |
| 26          | 12.711                                 | 8,91582                 | 3,56629                 | 8,35231           | 1,32725            | 8,91582           |
| 30          | 11.016                                 | 10,28774                | 4,11505                 | 8,35363           | 1,53148            | 10,28774          |
| 32          | 10.328                                 | 10,97305                | 4,38917                 | 8,23654           | 1,63350            | 10,97305          |
| 36          | 9.180                                  | 12,34528                | 4,93806                 | 8,35559           | 1,83778            | 12,34528          |

Facciamo osservare, di passaggio, che i calcoli preliminari (monodimensionali) di criticità di cui al Cap. 2 sono stati esegui

ti tenendo conto di una certa quantità di rame che è presente negli elementi di combustibile del buffer, allo scopo di migliorare l'appiattimento. Il rame provoca però un leggero indurimento spettrale; per poter esplorare il maggior intervallo possibile di rapporti spettrali abbiamo preferito, nei calcoli successivi, di eliminare questo nuclide.

### 3.2 Modello bidimensionale.

Riportiamo nella tabella 3.3 i valori del coefficiente di diffusione e delle sezioni macroscopiche a due gruppi nelle diverse regioni del modello bidimensionale, relativamente alle due configurazioni del buffer esterno (designate con 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup>) per le quali sono stati eseguiti i calcoli.

La 1<sup>a</sup> configurazione corrisponde nella zona D a 20 barre standard di  $\phi = 7$  mm, costituite da pellets di  $UO_2$  alternate a pellets di grafite, e a 12 barre di rame del  $\phi = 7$  mm; nella zona C a 32 barre di  $UO_2$  e grafite (analoghe alle precedenti).

La 2<sup>a</sup> configurazione corrisponde nella zona D a 30 barre standard e a 25 barre di rame, nella zona C a 50 barre standard.

**Tabella 3.3 - Costanti macroscopiche del reattore RB1 nel modello bidimensionale.**

**a) Costanti veloci (0,68256 eV - 14,9182 MeV)**

| regione | D        | $\Sigma_a \cdot 10^{-4}$ | $\nu \Sigma_f \cdot 10^{-4}$ | $\Sigma_{out} \cdot 10^{-3}$ |
|---------|----------|--------------------------|------------------------------|------------------------------|
| A, B    | 1,14096  | 5,60771                  | 2,45814                      | 3,18341                      |
| C       | 1,14529  | 6,78573                  | 4,11266                      | 2,96655                      |
| D       | 1° conf. | 1,10721                  | 2,44344                      | 3,55107                      |
|         | 2° conf. | 1,11936                  | 3,59767                      | 4,11636                      |
| E       | 1° conf. | 1,12154                  | 3,81622                      | 4,37992                      |
|         | 2° conf. | 1,11769                  | 5,83112                      | 6,73623                      |
| F       | 1,10960  | 1,86766                  | 2,19653                      | 3,33354                      |

**b) Costanti termiche (0 - 0,63266 eV)**

| regione | D        | $\Sigma_a \cdot 10^{-4}$ | $\nu \Sigma_f \cdot 10^{-4}$ |
|---------|----------|--------------------------|------------------------------|
| A, B    | 0,86052  | 23,69760                 | 28,5931                      |
| C       | 0,85841  | 29,52290                 | 44,0487                      |
| D       | 1° conf. | 0,83211                  | 25,29388                     |
|         | 2° conf. | 0,84255                  | 38,38587                     |
| E       | 1° conf. | 0,84387                  | 31,76448                     |
|         | 2° conf. | 0,84261                  | 46,70851                     |
| F       | 0,82429  | 14,95209                 | 24,50925                     |

**c) Altri dati integrali, ricavati dalle formule (3)(4)(5) del Cap. 2.**

$$\begin{aligned}
 K_{\infty} &= 1,091539 \\
 \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\infty}^{\text{avvelenato}} &= 0,81733 \\
 \left( \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} \right)_{\infty}^{\text{avvelenato}} &= 0,90997
 \end{aligned}$$

4. INFLUENZA DELLO SPETTRO INCIDENTE SULLA CELLA DI PROVA SULLA QUANTITA' DI VELENO CHE DA VARIAZIONE NULLA DI REATTIVITA'.

4.1 Modello monodimensionale.

La simulazione numerica delle esperienze PCSTR avviene, per ciascuna configurazione, nel modo seguente:

- 1) Si esegue un calcolo GAZE di criticità a cella di prova estratta; in altri termini la zona 1 (fig.2) viene soppressa e il codice inizia il calcolo dal primo mesh-point della zona 2, assumendo come condizione al contorno quella determinata da una lunghezza di estrapolazione infinita. La ricerca di criticità è effettuata automaticamente mediante spostamento dell'interfaccia driver-riflettore. Il calcolo ha termine quando il  $K_{eff}$  differisce dall'unità per meno di  $10^{-5}$ .
- 2) Ferma restando la posizione del confine driver-riflettore determinata in 1), si inserisce la cella di prova; il codice, tramite una subroutine interna che esegue un calcolo perturbativo a più gruppi, provvede a determinare la quantità di veleno (rame) che, inserita nella cella di prova, riporta il  $K_{eff}$  all'unità.

Riportiamo in tabella 4.1 i risultati ottenuti per il reticolo B1 B29.2: in prima colonna appare il numero  $n$  delle barre standard inserite nel buffer esterno, che individua la configurazione; nelle colonne successive il raggio esterno del driver  $R_{dc}$

che assicura esattamente la criticità a cella estratta; il rapporto flusso veloce/flusso termico,  $\phi_1/\phi_2$ , rispettivamente nel centro della cella di prova, al contorno di questa, e a metà del buffer interno ( $1^\circ$ ,  $7^\circ$ ,  $14^\circ$  mesh-point di GAZE), in condizioni di cella inserita; il rapporto flusso aggiunto veloce/flusso aggiunto termico,  $\phi_1^+/\phi_2^+$  negli stessi punti e sempre a cella inserita; i rapporti  $\phi_1/\phi_2$  e  $\phi_1^+/\phi_2^+$  ancora sul bordo della cella (punto  $7^\circ$ ), ma quando questa è estratta; la frazione volumetrica del rame  $F_{oo} = \text{vol. rame/vol. cella}$  da introdurre nella cella di prova per riportare nuovamente il sistema alla criticità; la massa  $M$  di rame equivalente, in grammi, per una altezza di 60 cm della zona di prova (questo risultato può essere direttamente confrontato coi risultati sperimentali), e finalmente il valore di  $K_{\infty}-1$  che ne risulta tramite la formula

$$(6) \quad K_{\infty} = \left( 1 + \frac{\sum_{a2}}{\sum_{a2}} \right) \cdot \frac{\sum_{um} - (EV \sum_{a1})}{(EV \sum_{f2})} \cdot \frac{(EV \sum_{f1}) + (EV \sum_{f2}) \cdot \frac{\sum_{a2}}{\sum_{um} - \sum_{a1}}}{\sum_{um}}$$

dove

$$\sum_{f1} = F_{oo} \times \sigma_{cu} \cdot N$$

$$= M \times \frac{\sigma_{cu} \cdot N}{\text{Vol. cella} \times \rho}$$

e

$N =$  numero di nuclei  $C_u$  /cm<sup>3</sup>

$\rho =$  densità  $C_u$

Si osservi che è questo il valore di  $K_{\infty}-1$  che l'esperienza numerica farebbe attribuire al reticolo qualora si ignorasse che lo spettro incidente non è in generale quello proprio del reticolo e si trascurasse quindi la correzione relativa.

La formula soprariportata coincide con quella di Donahue-Heineman <sup>7</sup>, salvo qualche piccola variante nella nomenclatura e nell'aver considerato le fissioni epitermiche distinte da quelle termiche (v. Appendice).

In tabella 4.2 diamo poi gli analoghi risultati per il reticolo B1 T5.

E' comodo riportare in grafico la sensibilità spettrale delle misure PCTR per i due reticoli considerati. All'uopo, in fig.9 si è riportato il valore di  $K_{\infty}-1$  in funzione del rapporto  $\phi_1 / \phi_2$  sul bordo della cella di prova (Punto 7), in condizioni di cella inserita, per il reticolo B1 B29.2 (curva a).

La curva ha con buona approssimazione, tranne che per spettri molto duri, la forma di una parabola.

Il  $K_{\infty}-1$  vero del reticolo in prova potrà essere letto sulla curva in corrispondenza del valore vero del rapporto  $\phi_1 / \phi_2$ .

Come "vero valore di  $\phi_1 / \phi_2$ " si prenderà il valore, calcolato nel Cap. 2, del rapporto spettrale in condizioni di reticolo infinito e avvelenato, che è pari a 0,8173. Si può anche prendere il valore aggiustato secondo l'uno o l'altro dei criteri di Donahue-Heineman (v. Cap. 5), volendo seguire dettagliata-



Tabella 4.1 - Quantità di veleno e rapporti epitermici per le diverse configurazioni - Reticolo B1 B29.2

| n                                      | R <sub>dc</sub> (cm) | $\Phi_1/\Phi_2$ |         |          | $\Phi_1^*/\Phi_2^*$ |         |          | $\Phi_1/\Phi_2$ | $\Phi_1^*/\Phi_2^*$ | F <sub>∞</sub> · 10 <sup>-4</sup> | M (g)  | K <sub>∞</sub> - 1 |
|--|----------------------|-----------------|---------|----------|---------------------|---------|----------|-----------------|---------------------|-----------------------------------|--------|--------------------|
|  |                      | Punto 1         | Punto 7 | Punto 14 | Punto 1             | Punto 7 | Punto 14 |                 |                     |                                   |        |                    |
| 0<br>buffer e=<br>sterno al<br>largato | 157,10               | 0,6566          | 0,6201  | 0,4964   | 0,9053              | 0,9045  | 0,9199   | 0,5683          | 0,9035              | 8,00437                           | 215,43 | 0,08975            |
| 0                                      | 104,51               | 0,7175          | 0,6940  | 0,6159   | 0,8911              | 0,8870  | 0,8875   | 0,6597          | 0,8809              | 7,74578                           | 208,47 | 0,08666            |
| 8                                      | 92,14                | 0,7494          | 0,7331  | 0,6825   | 0,8835              | 0,8775  | 0,8698   | 0,7091          | 0,8684              | 7,76544                           | 209,00 | 0,08690            |
| 20                                     | 77,87                | 0,7877          | 0,7805  | 0,7667   | 0,8751              | 0,8668  | 0,8500   | 0,7697          | 0,8544              | 7,92485                           | 213,29 | 0,08880            |
| 26                                     | 72,18                | 0,8033          | 0,7999  | 0,8022   | 0,8719              | 0,8627  | 0,8422   | 0,7947          | 0,8489              | 8,03189                           | 216,17 | 0,09008            |
| 30                                     | 68,80                | 0,8126          | 0,8114  | 0,8237   | 0,8700              | 0,8602  | 0,8378   | 0,8096          | 0,8457              | 8,11380                           | 218,38 | 0,09106            |
| 32                                     | 67,37                | 0,8177          | 0,8178  | 0,8357   | 0,8690              | 0,8589  | 0,8353   | 0,8179          | 0,8439              | 8,15999                           | 219,62 | 0,09161            |
| 36                                     | 64,18                | 0,8250          | 0,8269  | 0,8529   | 0,8676              | 0,8571  | 0,8319   | 0,8298          | 0,8414              | 8,22419                           | 221,35 | 0,09238            |
| 48                                     | 55,07                | 0,8445          | 0,8513  | 0,8997   | 0,8638              | 0,8522  | 0,8226   | 0,8617          | 0,8348              | 8,43211                           | 226,95 | 0,09486            |
| 70                                     | 47,63*               | 0,8637          | 0,8755  | 0,9472   | 0,8603              | 0,8474  | 0,8137   | 0,8934          | 0,8235              | 8,68613                           | 233,78 | 0,09790            |

\* Per questa configurazione è stata eliminata la zona driver e la grandezza R<sub>dc</sub> si riferisce al raggio esterno del buffer esterno.

Tabella 4.2 - Quantità di veleno e rapporti epitermici per le diverse configurazioni - Reticolo B1 T5.

| n        | R <sub>dc</sub> (cm) | $\phi_1/\phi_2$ |         |          | $\phi_1^-/\phi_2^+$ |         |          | $\phi_1/\phi_2$ |         | $F_{00} \cdot 10^{-4}$ | M (g)  | K <sub>∞</sub> · 1 |
|----------|----------------------|-----------------|---------|----------|---------------------|---------|----------|-----------------|---------|------------------------|--------|--------------------|
|          |                      | Punto 1         | Punto 7 | Punto 14 | Punto 1             | Punto 7 | Punto 14 | Punto 7         | Punto 7 |                        |        |                    |
| 36*      | 66,81                | 1,3189          | 1,3021  | 1,2547   | 0,8191              | 0,8119  | 0,7964   | 1,2791          | 0,8021  | 7,38192                | 198,68 | 0,04835            |
| 36*+6**  | 69,57                | 1,3458          | 1,3375  | 1,3280   | 0,8183              | 0,8107  | 0,7937   | 1,3262          | 0,8002  | 7,51273                | 202,20 | 0,04932            |
| 36*+12** | 72,52                | 1,3685          | 1,3675  | 1,3920   | 0,8178              | 0,8099  | 0,7917   | 1,3662          | 0,8006  | 7,68345                | 206,79 | 0,05058            |

\* barre standard

\*\* barre di uranio naturale

mente il procedimento sperimentale; se si usa il 1° criterio modificato\* e il secondo criterio si trovano due valori che differiscono pochissimo dal precedente, e sono 0,8160 e 0,8175.

Il valore di  $K_{\infty}-1$  letto sulla curva, in corrispondenza delle ascisse 0,8160; 0,8175; 0,8173, praticamente coincidenti, e che chiameremo "aggiustato", è

$$\begin{aligned} (K_{\infty}-1)_{agg} &= 1,09144 \text{ (1° crit. modificato)} \\ (K_{\infty}-1)_{agg} &= 1,09159 \text{ (2° criterio)} \\ (K_{\infty}-1)_{agg} &= 1,09155 \text{ (spettro teorico)} \end{aligned}$$

da confrontare col valore, calcolato esattamente in corrispondenza dello spettro vero per mezzo della formula (3) (v. tabella 3.1),

$$(K_{\infty}-1)_{vero} = 1,091539$$

L'ottimo accordo ottenuto è una conferma dell'accuratezza della simulazione numerica delle esperienze PCTR, per ciò che concerne l'effetto spettrale.

Nella stessa fig. 9 è riportato (curva b) il valore di  $K_{\infty}-1$  valutato, al variare dello spettro incidente, secondo la semplice formula perturbativa di Donahue-Heineman <sup>7</sup> :

---

\* I punti di osservazione dei rapporti spettrali del 1° criterio modificato sono rispettivamente nel centro e sulla periferia della cella di prova (v. Cap. 5).

$$K_{\infty} - 1 = (K_{\infty} - 1)_{\text{vero}} + \Delta K_{\infty}$$

con

$$\frac{\Delta K_{\infty}}{K_{\infty \text{ vero}}} = \frac{\left[ \frac{\phi_1}{\phi_2} - \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{vero}} \right] \cdot \left[ \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} - \left( \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} \right)_{\text{vero}} \right]}{\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{vero}} \cdot \left( \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} \right)_{\text{vero}}}$$

I valori delle costanti  $K_{\infty \text{ vero}}$ ,  $\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{vero}}$  e  $\left( \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} \right)_{\text{vero}}$  per il reticolo B1 B29.2 sono quelli di tabella 3.1, mentre i valori delle variabili  $\frac{\phi_1}{\phi_2}$  e  $\frac{\phi_1^+}{\phi_2^+}$  che hanno permesso di tracciare la curva sono quelli di tabella 4.1, calcolati da GAZE sul bordo della cella di prova.

In fig. 10 è poi riportata l'analoga curva  $K_{\infty}-1$  vs.  $\phi_1/\phi_2$ , riferita questa volta al reticolo B1 T5.

I valori di  $\phi_1/\phi_2$  aggiustati secondo il 1° criterio modificato e il 2° criterio di Donahue-Heineman coincidono e sono pari a 1,3715; questo risultato differisce di pochissimo dal "vero valore di  $\phi_1/\phi_2$ " che è uguale a 1,3711.

Il valore di  $K_{\infty}-1$  letto sulla curva in corrispondenza di 1,3715 e 1,3711 è

$$\begin{aligned} (K_{\infty}-1)_{\text{agg}} &= 0,05078 \\ (K_{\infty}-1)_{\text{agg}} &= 0,05071 \end{aligned}$$

da confrontare col valore, calcolato teoricamente per mezzo

della formula (3) (v. tabella 3.1),

$$(K_{\infty}-1)_{\text{vero}} = 0,050549$$

Come appare dalla figura, la sensibilità di quest'ultimo reticolo al cattivo aggiustamento dello spettro incidente è minore che per il reticolo a barre piene B1 B29.2; ciò in accordo con quanto è risultato dalle esperienze RB1 e conformemente all'intuizione, perchè il grosso elemento tubolare del reticolo B1T5 riesce ad aggiustare lo spettro intorno a sè assai meglio di quanto non faccia l'elemento a barra.

#### 4.2 Modello bidimensionale.

La simulazione numerica delle esperienze PCTR avviene, nel modello bidimensionale, in modo sostanzialmente analogo a quello del modello monodimensionale. Precisamente :

- 1) Si esegue un calcolo EQUIPOISE di criticità a cella di prova estratta; in altri termini la zona di prova (A) viene considerata occupata da un mezzo puramente diffondente e di densità molto bassa sì da poter essere considerata vuota (nei nostri calcoli si è fatto in modo che il libero cammino medio risultasse uguale a 25 cm, uguale cioè al diametro della zona di prova medesima). Tale mezzo simula perfettamente il vuoto, senza dar luogo a particolari difficoltà di convergenza per le equazioni della diffusione a più gruppi, che cadrebbero in difetto, anche formalmente, qualora il coefficiente di diffusione divenisse infinito. Si esegue quindi il calcolo dell'autovalore del sistema PCTR,

cioè di quel fattore  $1/\lambda$  per cui vanno moltiplicati i  $\nu$  di tutti i materiali fissili presenti nel sistema affinché il sistema medesimo sia esattamente critico. Ottenuto  $1/\lambda$  si moltiplicano per esso tutti i  $\nu$  dei vari materiali, esclusi quelli della regione costituita dal reticolo in prova, e si ripete il calcolo. Si ottiene un nuovo  $1/\lambda$ , molto vicino all'unità, sebbene leggermente ne differisca perchè i  $\nu$  del reticolo in prova non sono stati ritoccati. Per estrapolazione è facile ottenere un terzo valore  $1/\lambda$  che, moltiplicato per i  $\nu$  dei materiali non appartenenti al reticolo, dia, dopo un ultimo calcolo, un autovalore che differisce dall'unità per meno di 1 pcm.

Tutto questo procedimento (che nel codice monodimensionale GAZE è completamente automatico) è necessario perchè le esperienze numeriche si devono svolgere, come del resto quelle reali, intorno alla criticità. Se infatti, l'autovalore  $1/\lambda$  risultasse  $\neq 1$ , il codice lo interpreterebbe come un fattore per cui moltiplicare i  $\nu$  di tutti i materiali, il che comporterebbe un'alterazione dello spettro, anche nella zona di prova oltre che della reattività del reticolo in prova medesimo, e falserebbe di conseguenza l'interpretazione dell'esperienza numerica.

Nel corso di questi calcoli si verifica che l'appiattimento assiale nella zona di prova sia buono (variazione del flusso sia termico che veloce, misurato nel centro e alla sommità della zona di prova, minore di 1,5%).

- 2) Fermi restando i  $\nu$  dei materiali fissili che non appartengono al reticolo in prova, così come sono stati trovati nel ter

zo calcolo, si inserisce la cella di prova, che viene per ciò ad occupare la cavità dove si trovava il mezzo diffondente fittizio, e si eseguono due calcoli di autovalore del sistema in corrispondenza di due diverse quantità di veleno (rame) introdotte nella cella medesima. Per interpolazione si ricava la quantità di veleno per cui l'autovalore è uguale all'unità, cioè il sistema è di nuovo esattamente critico. E' questa dunque la quantità ( $M$ ) di veleno che dà variazione nulla di reattività.

I calcoli 1) e 2) sono ripetuti tante volte quante sono le configurazioni spettrali. Noi ne abbiamo considerate due, come già indicato nel Cap. 3.

Riportiamo in tabella 4.3 i principali risultati. I valori  $(\lambda_i/\lambda_k)_{i,k}$  si riferiscono al punto  $(i,k)$  del reticolo (fig. 3).

In particolare, il valore  $k = 39$  dell'ordinata indica il piano del reticolo di discretizzazione più vicino alla sezione orizzontale mediana del reattore, mentre  $i = 2$  è la coordinata radiale dei punti del reticolo più vicini all'asse del reattore,  $i=6$  corrisponde alla periferia della zona di prova,  $i=10$  alla metà del buffer interno; infine  $k = 31$  è l'ordinata della sommità della zona di prova.

Le quantità di veleno sono date direttamente in grammi di rame distribuiti nel volume della cella di prova ( $M$ ). Il valore di  $K_{\infty}-1$  si ricava immediatamente da  $M$  per mezzo della formula (6).

Tabella 4.3 - Quantità di veleno e rapporti epitermici nel modello bidimensionale - Reticolo B1 B29.2

a) Risultati relativi alle due configurazioni.

|   | 1 <sup>a</sup> configur. | 2 <sup>a</sup> configur. |
|---|--------------------------|--------------------------|
| M   | 215,91                   | 222,06                   |
| $K_{\infty}-1$                                    | 0,08996                  | 0,09269                  |
| $(\frac{\phi_1}{\phi_2})$ cella estratta<br>6,39  | 0,7885                   | 0,8334                   |
| $(\frac{\phi_1}{\phi_2})$ cella inserita<br>2,39  | 0,7958                   | 0,8251                   |
| $(\frac{\phi_1}{\phi_2})$ cella inserita<br>6,39  | 0,7897                   | 0,8258                   |
| $(\frac{\phi_1}{\phi_2})$ cella inserita<br>10,39 | 0,7804                   | 0,8442                   |

b) Valori aggiustati.

|                 | Valori aggiustati          |                         | Valore teorico |
|-----------------|----------------------------|-------------------------|----------------|
|                 | 1 <sup>o</sup> crit.modif. | 2 <sup>o</sup> criterio |                |
| M               | 221,40                     | 216,75                  | 219,433        |
| $K_{\infty}-1$  | 0,09240                    | 0,09034                 | 0,091539       |
| $\phi_1/\phi_2$ | 0,8220                     | 0,7946                  | 0,81733        |



In fig. 9 i valori di  $K_{\infty}-1$  dati nella tabella 4.3 sono segnati con + . Il modello bidimensionale è, come si vede, in ottimo accordo col modello monodimensionale, per ciò che riguarda l'effetto spettrale. Se si interpola linearmente tra i due valori in corrispondenza dello spettro aggiustato per mezzo per es. del 1° criterio (modificato) di Donahue-Heineman (v. Cap. 5), cioè  $(\phi_1/\phi_2)_{agg} = 0,8220$  si ottiene

$$(K_{\infty}-1)_{agg} = 1,09240$$

#### 4.3 Confronto con l'esperienza e conclusioni.

Come appare chiaramente dalle tabelle e dai grafici, il valore di  $K_{\infty}-1$  dei reticoli esaminati, ottenuto simulando numericamente le esperienze PCTR, è vicinissimo al valore esatto (cioè quello calcolato teoricamente per il reticolo infinito) e ciò sia col modello monodimensionale che con quello bidimensionale.

L'influenza dello spettro sulla quantità di veleno (M) è ben individuata qualitativamente e, almeno per quanto si può inferire dall'accordo di due modelli diversi, anche quantitativamente.

Più difficile è un confronto diretto con le esperienze RB-1 condotte sui medesimi reticoli [1] . Bisogna osservare che il valore di  $\phi_1/\phi_2$  ricavato dalle misure di rapporto al Cd è affetto da un errore che può raggiungere il 15%, per via

soprattutto delle incertezze sull'integrale di risonanza del rivelatore e ciò porta ad una grave indeterminatezza sulle ascisse dei punti sperimentali.

A titolo di controllo abbiamo tuttavia riportato in fig. 9 i valori di  $\phi_1/\phi_2$  sperimentali ricavati dalle misure di rapporto al cadmio dell'oro, indicando anche l'incertezza che si ha assumendo per la sezione di attivazione termica efficace il valore ricavato da THERMOS o il valore  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_{act, 2200}^H q$  (risulta:  $\frac{\sigma_{act}^H}{\sigma_{res}^H} = 82,330$  oppure  $88,023$  barn rispettivamente). Per il fattore di autoschermo si è adottato il valore  $G_{th} = 0,905$  [1].

Per le costanti epitermiche si è poi assunto  $\frac{\sigma_{act}^H}{\sigma_{res}^H} = 103,85$  b e, essendo 0,1 mm lo spessore del rivelatore  $G_{ep} = 0,200$  [8].  $\phi_1/\phi_2$  si ricava allora dalla formula

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\frac{\sqrt{\pi}}{2} q \sigma_{act, 2200}^H G_{th}}{\sigma_{res}^H G_{res}} \frac{1}{RCd - 1}$$

Anche i valori di  $K_{\infty}$  sono stati corretti con un opportuno fattore per tener conto del fatto che nei nostri calcoli  $(\epsilon \Sigma_f)_f$  è un po' inferiore al valore corretto (v. nota sotto la tabella 3.1).

Almeno la pendenza di  $K_{\infty}-1$  vs.  $\phi_1/\phi_2$  sembra, per entrambi i reticoli, accordarsi con le indicazioni sperimentali, ed è questo ciò che realmente importa, in una previsione teo-

rica.

Il tracciamento di una retta o, meglio, di una parabola  $K_{\infty}-1$  vs.  $\phi_1/\phi_2$  (oppure  $M$  vs.  $\phi_1/\phi_2$ ), sulla base di due o tre valori di  $\phi_1/\phi_2$  scelti in un intorno del valore di  $\phi_1/\phi_2$  proprio del reticolo, che non richiede che pochi minuti di calcolatore IBM 7090, una volta note le costanti a due gruppi del reattore PCTR, potrebbe riuscire molto utile nella programmazione delle esperienze, per stabilire approssimativamente la quantità di uranio nel buffer per le diverse configurazioni, e le masse di rame relative, in modo da ottenere la precisione richiesta col numero minimo di misure.

Ci siamo giovati della parabola costruita per B1 B29.2 allo scopo di dare un criterio di interpolazione (o meglio di estrapolazione) sulle due configurazioni spettrali eseguite per tale reticolo che fosse un po' più elaborato della semplice estrapolazione rettilinea. Precisamente, nella parabola teorica  $K_{\infty}-1$  vs.  $\phi_1/\phi_2$  si è introdotto  $\phi_1/\phi_2 = A \cdot \left(\frac{1}{RCd-1}\right)$  e  $(K_{\infty}-1)_{\text{sper.}} = B (K_{\infty}-1)_{\text{teor.}}$ , con A, B incognite. Si è in altre parole supposto che la parabola teorica interpoli correttamente i valori sperimentali, a mezzo di cambiamenti di scala sulle ascisse e sulle ordinate. A e B vengono determinate imponendo il passaggio per i due punti sperimentali esistenti. Leggendo su questa parabola (fig.11; in questa figura le scale sono quelle del rapporto sperimentale  $\left[\frac{1}{RCd-1}\right]$ , per consentire il confronto diretto) il valore di  $K_{\infty}-1$  in corrispondenza dello spettro aggiustato, in luogo di  $K_{\infty}-1 = 0,090$  si è ottenuto

$$B1\ B29.2 \quad K_{\infty}-1 = 0,093 \quad (\text{interp. parabolica})$$

valore che differisce di circa 200 pcm dal valore 0,095 ottenuto dal CEA con misure di sostituzione.

Per controllo, si è applicato lo stesso metodo al reticolo B1 T5 (per il quale, avendo eseguito tre configurazioni, esiste già una parabola sperimentale). Si è ottenuto (fig. 12; anche in questa figura le scale sono quelle di <sup>1</sup>) :

$$B1\ T5 \quad K_{\infty}-1 = 0,076$$

in perfetto accordo col valore sperimentale <sup>[1]</sup>. Crediamo perciò che l'interpolazione parabolica descritta sopra sia ben giustificata anche per l'altro reticolo, e che il valore  $K_{\infty}-1 = 0,093$  sia il risultato più attendibile che sia possibile ottenere dalle esperienze RB1 sul reticolo B1 B29.2 .

## 5. CRITERI DI AGGIUSTAMENTO SPETTRALE.

### 5.1 Generalità.

Lo sperimentale che ha determinato la massa di rame che dà variazione nulla di reattività, o il  $K_{\infty}-1$  ad essa legato tramite la (6), per alcune configurazioni spettrali, deve interpolare allo spettro corretto, quello cioè che si raggiunge in un reticolo infinito, spettro che egli non conosce direttamente. All'uopo si serve dei due criteri di Donahue et al. [7], che qui riassumiamo :

1° criterio (cella centrale-cella adiacente). Consiste nel confrontare i rapporti al cadmio CdR di un certo rivelatore (o meglio i valori  $1/(CdR-1)$  che sono proporzionali a  $\phi_1/\phi_2$ ) misurati in posizioni omologhe nella cella centrale e in quelle adiacenti. Più precisamente, si costruisce un grafico che porti in ascissa i valori di  $1/(CdR-1)_C$ , riferiti alla cella centrale, e in ordinata i valori di  $1/(CdR-1)_A$ , riferiti alla media delle celle adiacenti. Ogni configurazione del buffer determina una coppia di valori e cioè un punto nel diagramma. Col metodo dei minimi quadrati si determina la retta che ha la minima distanza da tali punti (se si sono sperimentate due sole configurazioni, e si hanno quindi due soli punti, si tratterà semplicemente la congiungente). L'intersezione di questa retta con la bisettrice del 1° quadrante individua lo spettro in cui  $1/(CdR-1)_C = 1/(CdR-1)_A$ , cioè il rapporto al cadmio è lo stesso nella cella centrale e in quelle adiacenti. Lo spettro così determinato è quello che si realizza nel reticolo infinito, o

almeno è molto vicino a questo.

2° criterio (cella inserita-cella estratta). Si riportano in ascissa i valori di  $1/(CdR-1)_I$ , misurati sul contorno della cella centrale quando questa è inserita (ovviamente  $1/(CdR-1)_I = 1/(CdR-1)_C$ ), e in ordinata i valori di  $1/(CdR-1)_E$ , misurati nella stessa posizione a cella estratta. Di nuovo l'intersezione della retta interpolante (o della semplice congiungente, se si sono sperimentate due sole configurazioni) con la bisettrice del 1° quadrante dà il valore corretto di  $1/(CdR-1)$ .

Ora, nel caso del reticolo B1 B29.2 si è osservato che i due criteri portano a risultati abbastanza diversi (l'errore che ricade su  $K_{\infty}$  è dell'ordine di 350 pcm).

Nelle esperienze numeriche, che hanno seguito molto da vicino le esperienze PCTR, abbiamo ripetuto i criteri, riferendoli naturalmente a  $\phi_1/\phi_2$  anziché a  $1/(CdR-1)$ . I risultati grezzi dei calcoli, che sono stati eseguiti sia utilizzando il modello monodimensionale sia quello bidimensionale, sono già stati elencati nelle tabelle 4.1 (reticolo B1 B29.2) e 4.2 (reticolo B1 T5). Una serie completa di confronti può però essere fatta solo per il reticolo B1 B29.2, perchè per l'altro reticolo non sono state effettuate misure di rapporto al cadmio a cella vuota.

## 5.2 Modello monodimensionale.

1° criterio. Applichiamo dapprima questo criterio in modo simile a ciò che si fa nella pratica sperimentale, cioè confron

tando il valore di  $\phi_1/\phi_2$  alla periferia della cella di prova (Punto 7 della suddivisione) col valore nel centro del buffer interno (Punto 14): trattandosi di zone omogeneizzate non occorrerà più curare che si tratti di posizioni omologhe rispetto alle celle del reticolo, ma solo di scegliere dei punti, in cui rilevare i flussi, che sulla scala macroscopica siano paragonabili a quelli ove si sono effettuate le misure di rapporto al cadmio nelle esperienze PCTR.

Il criterio è illustrato, per il reticolo B1 B29.2, nel diagramma di fig. 13 (retta relativa ai punti 7 e 14 della discretizzazione). Si vede innanzitutto che i punti del diagramma relativi alle diverse configurazioni spettrali sono tutti ben allineati, eccezion fatta per quelli delle configurazioni più estreme. Si conclude perciò che l'interpolazione mediante una linea retta è ben fondata, almeno se si considerano spettri sufficientemente vicini a quello aggiustato. L'intersezione con la bisettrice dà, però, per il valore di  $\phi_1/\phi_2$  aggiustato

$$\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{agg} = 0,7970$$

che differisce di 2,48% dal valore teorico del reticolo infinito avvelenato, pari a 0,8173. Se poi uno dei punti in cui si rilevano i flussi viene spostato (rette relative ai punti 1,11,17) le diverse rette che così si ottengono tagliano la bisettrice in punti diversi, nessuno dei quali corrisponde allo spettro aggiustato, salvo per la retta relativa ai punti 1

e 7, che sono rispettivamente il centro e la periferia della cella di prova.

La causa di ciò risiede nel fatto che lo spettro proprio della cella avvelenata è leggermente diverso (più duro) dallo spettro proprio del reticolo non avvelenato che la circonda.

Il rapporto  $\phi_1/\phi_2$  non rimane stazionario, ma varia col raggio  $r$ ; esso tende ad assumere, intorno alla cella di prova, il valore asintotico del reticolo non avvelenato, e, al centro della cella medesima, il valore asintotico del reticolo avvelenato. In particolare, il valore che esso prende al contorno della cella di prova (Punto 7), è intermedio tra i due (tranne per le configurazioni molto dure, per le quali  $\phi_1/\phi_2$  cresce monotonamente col raggio): segue che una configurazione per cui sono uguali i rapporti  $\phi_1/\phi_2$  nei punti 7 e 14 (v. per es. fig. 14 che si riferisce alla configurazione con 26 barre) fa incidere sulla cella di prova un flusso più molle di quello che realmente corrisponde al valore asintotico nel reticolo avvelenato.

L'effetto è tanto maggiore quanto più sono lontani i punti di osservazione (uno dei quali, nei nostri calcoli, è sempre il punto 7), e quindi quanto più spazio resta allo spettro, vincolato ad assumere su di essi il medesimo valore di  $\phi_1/\phi_2$ , per tendere allo spettro asintotico non avvelenato. E infatti si vede dalla fig. 13 che a punti sempre più distanti corrispondono spettri "aggiustati" sempre più molli rispetto allo spettro asintotico avvelenato, calcolato teo



ricamente, che noi assumiamo come spettro corretto.

Se invece come punti di osservazione dei flussi si prendono i punti 1 e 7, situati al centro, rispettivamente alla periferia della cella di prova, quindi entrambi nella medesima regione, il risultato migliora radicalmente. In tal caso infatti, se si riesce, in qualunque modo, a ottenere sul contorno della cella lo spettro corretto, questo si manterrà tale fino al centro della cella, e nei due punti si potrà osservare lo stesso valore del rapporto spettrale; viceversa, se nei due punti di osservazione si ha il medesimo rapporto spettrale, allora tale rapporto si deve mantenere costante in ogni punto intermedio, trattandosi di una regione omogenea, il che significa che lo spettro è quello asintotico (avvelenato), cioè quello corretto.

Il valore di  $\phi_1/\phi_2$  aggiustato ottenuto per mezzo dei punti 1 e 7 è infatti

$$\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{app}} (1,7) = 0,8160$$

in buon accordo col valore teorico.

D'altra parte è evidente che applicare il criterio "cella centrale-cella adiacente" in questo modo, che meglio si potrebbe definire come "criterio centro-periferia cella di prova", o brevemente "1° criterio modificato", è, per reattori eterogenei, impossibile: la variazione del rapporto spettrale  $\phi_1/\phi_2$  nella cella di un reattore eterogeneo è così grande che solo misure di rapporto al cadmio in posizioni rigo-

rosamente omologhe di celle del medesimo reticolo possono permettere di valutare l'andamento macroscopico di  $\phi_1/\phi_2$ . Si può concludere che il criterio "cella centrale-cella a adiacente", così com'è stato applicato nelle esperienze RB1, è affetto da una inconsistenza, che si traduce in un errore stimato intorno al 2,5% sul valore di  $\phi_1/\phi_2$  (150 pcm su  $K_{\infty}$ ), nel caso del reticolo B1 B29.2.

Nel capitolo seguente si vedrà tuttavia che, avvelenando tutto il buffer interno con una massa di rame tale da por tare (anche approssimativamente) a zero l'eccesso di reattività del reticolo infinito, viene annullato il disaccordo spettrale al bordo della cella di prova in modo che il criterio "cella centrale-cella adiacente" riproduce con ot tima precisione il valore corretto dello spettro aggiustato, indipendentemente dai punti di riferimento che sono stati scelti.

Analoghi ragionamenti si possono ripetere per il reticolo B1 T5, v. fig. 15 che mostra anch'essa una discrepanza tra i risultati ottenuti col 1° criterio, variando i punti di applicazione.

2° criterio. Anche questo criterio è stato applicato con formemente alla procedura sperimentale; la cella vuota è simulata con una lunghezza di estrapolazione praticamente infinita sul suo contorno. I valori del rapporto  $\phi_1/\phi_2$  alla periferia della cella di prova (punto 7), sia a cella inserita che a cella estratta, per i reticoli B1 B29.2

e B1 T5, appaiono nelle tabelle 4.1 e 4.2 . Nuovamente si vede, riportando in un diagramma i valori  $\phi_1/\phi_2$  a cella inserita in ascissa e i valori  $\phi_1/\phi_2$  a cella estratta in ordinata, che i punti rappresentativi per le diverse configurazioni sono ben allineati, salvo al più per le configurazioni spettrali estreme (fig. 16 per il reticolo B1 B29.2, fig. 17 per B1 T5). L'intersezione con la bisettrice dà il rapporto spettrale aggiustato :

$$\begin{array}{ll} \text{B1 B29.2} & \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{agg.} = 0,8175 \\ \text{B1 T5} & \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{agg.} = 1,3715 \end{array}$$

Entrambi i valori sono in ottimo accordo con quelli calcolati teoricamente, pari a 0,81733 e 1,37114 rispettivamente. Si può concludere che il 2° criterio, nel modello monodimensionale, appare come un metodo del tutto soddisfacente per determinare lo spettro aggiustato.

Ciò è in contrasto con le esperienze RB1 che ci avevano mostrato che il  $K_{\infty}$  valutato per mezzo del 2° criterio era piuttosto diverso dal  $K_{\infty}$  presumibilmente corretto, mentre quest'ultimo era piuttosto vicino al  $K_{\infty}$  valutato per mezzo del 1° criterio. Siamo perciò ricorsi al modello bidimensionale.

### 5.3 Modello bidimensionale.

1° criterio. I punti di riferimento sono stati scelti lungo la sezione orizzontale mediana del reattore RB1, rispettivamente al centro della zona di prova (punto 2,39), alla periferia del

la zona di prova (punto 6,39), nel mezzo del buffer interno (punto 10,39), v. fig. 3. Si è esaminato solo il reticolo B1 B29.2. I risultati grezzi nei diversi punti sono riportati in tabella 4.3.

Se il criterio viene applicato come di consueto nelle esperienze (periferia della zona di prova - buffer interno, cioè punti (6,39)(10,39)) si ottiene la retta b di fig. 18, che interseca la bisettrice nel punto corrispondente a

$$\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{asint. (6,39)(10,39)}} = 0,8019$$

Se il criterio viene applicato tra centro e periferia della zona di prova (1° criterio modificato - punti (2,39)(6,39)) si ottiene d'altra parte

$$\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{asint. (2,39)(6,39)}} = 0,8220$$

in buon accordo col valore teorico, che è 0,81733. Lo stesso valore si ottiene correggendo il 1° criterio (nella forma standard) per l'effetto del non avvelenamento del buffer, desumendo il fattore correttivo dai calcoli monodimensionali.

Bisogna osservare qui che il rapporto  $\phi_1/\phi_2$  asintotico del reticolo infinito e avvelenato in modo da risultare esattamente critico presuppone anche che ogni cella sia assial-

mente infinita. Nei calcoli bidimensionali la zona di prova è sede di flusso appiattito, ma esiste sempre una leggera curvatura residua che impedisce che si raggiunga, nell'aggiustamento del rapporto spettrale, la stessa precisione dei calcoli monodimensionali fatti in analoghe condizioni (vedi oltre).

Permane quindi la discrepanza tra lo spettro aggiustato (facendo uso del criterio nella sua forma realistica, cioè confrontando un punto della periferia della zona di prova con un punto del buffer) e lo spettro vero, che nel § precedente si è visto essere imputabile al fatto che il buffer, a differenza della zona di prova, non è avvelenato; è però possibile effettuare la correzione in modo semplice.

2° criterio. Si confrontano i valori di  $\phi_1/\phi_2$  nel punto (6,39) in condizioni di zona di prova estratta (la cavità è riempita da un diffusore di debole densità, v. Cap. 4) e inserita. Il diagramma appare in fig. 19. Il valore dello spettro aggiustato risulta

$$\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{\text{acc.}} = 0,7946$$

e differisce dal valore esatto di 2,8%, il che comporta un errore di 156 pcm su  $K_{\infty}$ . Ciò contrasta con quanto risulta dal modello monodimensionale, in cui si ottiene un perfetto accordo tra i due valori.

Per spiegare questo fatto, osserviamo che, quando la zona di prova è estratta, l'appiattimento (misurato p.es. come varia

zione percentuale del flusso (termico o veloce) tra i punti (6,39) e (6,31), v. fig. 3) è buono, mentre a zona di prova inserita è inevitabile che esso diventi meno rigoroso; esso passa infatti (1<sup>a</sup> configurazione) dal 0,65% all'1,05% per il flusso termico e dal 0,51% all'1,1% per il flusso veloce. Questa variazione delle fughe comporta variazioni spettrali aggiuntive, che rendono incerto il criterio medesimo.

Come conferma, si è cercato di diminuire la variazione delle fughe tra la condizione di cella di prova inserita e la condizione di cella di prova estratta, e di valutarne l'effetto sul risultato del criterio. A cella di prova estratta, la cavità lasciata libera non è più considerata riempita da un diffusore di bassa densità, simulante il vuoto, bensì da un diffusore con lo stesso libero cammino medio di scattering della grafite ma senza proprietà moderanti.

L'andamento assiale del flusso è ora più vicino a quello che si ha a cella inserita (fig. 20). La variazione delle fughe è conseguentemente minore, nelle due condizioni, e il criterio dà  $(\phi_1/\phi_2)_{\text{aggiustato}} = 0,8149$ , in buon accordo, questa volta, col valore ricavato dal 1° criterio e col valore teorico esatto.

#### 5.4 Confronto coll'esperienza e conclusioni.

Le esperienze numeriche descritte sopra hanno mostrato che il 1° criterio (cella centrale-cella adiacente) è affetto da un errore che per il reattore RB1 e il reticolo B1 B29.2

può essere stimato dell'ordine di 2,5% su  $(\phi_1/\phi_2)_{\text{aggiustato}}$ , pari a 150 pcm su  $K_{\infty}$ . Questo errore praticamente scompare se si avvelena il buffer interno in modo da annullarne (approssimativamente) la reattività, rendendo così omogenee le caratteristiche della zona di prova e del buffer interno.

Il 2° criterio (cella inserita-cella estratta) risulta affetto da un errore del 2,8% su  $(\phi_1/\phi_2)_{\text{aggiustato}}$ , pari a 156 pcm su  $K_{\infty}$ . Questo errore, dovuto alla residua curvatura del flusso nella zona di prova, non sembra eliminabile con accorgimenti sperimentali, nè appare suscettibile di ulteriore miglioramento l'appiattimento del flusso, che nelle esperienze RB1 comportava una variazione assiale del flusso nella zona di prova non superiore al 2%. Non sembra nemmeno possibile valutare la correzione per via teorica, dal momento che si tratta di un errore piuttosto sensibile ma calcolabile solo con un calcolo bidimensionale, di cui la schematizzazione della geometria del sistema e le altre approssimazioni non possono che ridurre la precisione.

Pertanto, anche a prescindere da altre eventuali cause d'errore come gli effetti d'eterogeneità nella cavità lasciata libera, a cella estratta, il 2° criterio si deve ritenere inferiore al 1° criterio e utile solo nel caso che il buffer interno sia di dimensioni così ridotte da non consentire, in pratica, l'uso del 1° criterio.

Entrambi i criteri danno un valore di  $(\phi_1/\phi_2)_{\text{aggiustato}}$  un po' più basso di quello vero; la differenza dei  $K_{\infty}$  valuta

ti dall'uno e dall'altro criterio è di 55 pcm, mentre se il 1° criterio (bidimensionale) viene applicato nella forma mo dificata oppure corretto per l'assenza di veleno nel buffer mediante un fattore ricavato dai calcoli monodimensionali, ciò che dà al 1° criterio la massima attendibilità, la differenza sale a 200 pcm.

Nelle esperienze RB1 la differenza tra i due criteri (applicati senza correzioni) è risultata di 277 pcm (rivelatori di oro) e di 455 pcm (rivelatori di manganese).



## 6. EFFETTI DELL'AVVELENAMENTO DEL BUFFER.

Se il buffer interno viene avvelenato in modo da annullarne la reattività, rendendolo così completamente identico alla cella di prova avvelenata, si hanno due effetti importanti :

### 6.1 Effetto sulla dipendenza spettrale della quantità di veleno M che dà variazione nulla di reattività.

In condizioni di buffer avvelenato, sono stati ripetuti per il reticolo B1 B29.2 alcuni calcoli di quantità di veleno che dà variazione nulla di reattività (M), secondo il modello monodimensionale, e seguendo la procedura già descritta nel Cap. 4.

Riportiamo in tabella 6.1 i risultati ottenuti (i simboli sono quelli delle tabelle 4.1 e 4.2). Il grafico del  $K_{\infty}-1$  rilevato in funzione del rapporto  $\phi_1/\phi_2$  sul bordo della cella di prova (Punto 7), in condizione di cella inserita, è riportato in fig. 9 (curva c). La parabola è essenzialmente spostata verso destra e verso l'alto, rispetto al caso non avvelenato (curva a); il punto corrispondente allo spettro corretto è sensibilmente più vicino al vertice. Una spiegazione di ciò può essere trovata ricorrendo alla semplice teoria perturbativa di Donahue-Heineman.

Risulta dalla formula già citata di Donahue et al. [7]

$$(7) \quad \frac{\Delta K_{\infty}}{K_{\infty}} = \frac{\left[ \frac{\phi_1}{\phi_2} - \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{vero} \right] \cdot \left[ \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} - \left( \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} \right)_{vero} \right]}{\left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)_{vero} \cdot \left( \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+} \right)_{vero}}$$

Tabella 6.1 - Quantità di veleno e rapporti epitermici per le diverse configurazioni - Buffer interno  
avvelenato - Reticolo B1 B29.2

| n  | R <sub>dc</sub> (cm) | $\bar{\phi}_1/\bar{\phi}_2$ |         |          | $\bar{\phi}_1^+/\bar{\phi}_2^+$ |         |          | $\bar{\phi}_1/\bar{\phi}_2$ | $\bar{\phi}_1^+/\bar{\phi}_2^+$ | F <sub>oo</sub> · 10 <sup>-4</sup> | M (g)  | K <sub>oo</sub> - 1 |
|----|----------------------|-----------------------------|---------|----------|---------------------------------|---------|----------|-----------------------------|---------------------------------|------------------------------------|--------|---------------------|
|    |                      | Punto 1                     | Punto 7 | Punto 14 | Punto 1                         | Punto 7 | Punto 14 |                             |                                 |                                    |        |                     |
| 8  | 97,13                | 0,7642                      | 0,7512  | 0,6999   | 0,9021                          | 0,9005  | 0,8941   | 0,7320                      | 0,8981                          | 8,01992                            | 215,85 | 0,08994             |
| 20 | 82,90                | 0,8058                      | 0,8029  | 0,7905   | 0,8943                          | 0,8906  | 0,8744   | 0,7986                      | 0,8851                          | 8,08719                            | 217,66 | 0,09074             |
| 26 | 77,06                | 0,8224                      | 0,8237  | 0,8286   | 0,8907                          | 0,8860  | 0,8659   | 0,8256                      | 0,8790                          | 8,15260                            | 219,42 | 0,09152             |
| 32 | 72,12                | 0,8377                      | 0,8430  | 0,8648   | 0,8874                          | 0,8818  | 0,8582   | 0,8509                      | 0,8734                          | 8,23570                            | 221,66 | 0,09252             |

che l'errore  $\Delta K_\infty$  dovuto al disaccordo spettrale è nullo quando il rapporto  $\phi_1/\phi_2$  dei flussi incidenti sulla cella di prova coincide col rapporto  $(\bar{\phi}_1/\bar{\phi}_2)_{\text{vero}}$  proprio del reticolo infinito avvelenato, e si dirà allora che siamo in condizioni di spettro aggiustato, oppure quando coincidono gli analoghi rapporti  $\phi_1^+/\phi_2^+$  e  $(\bar{\phi}_1^+/\bar{\phi}_2^+)_{\text{vero}}$  dei flussi aggiunti, e si dirà allora che siamo in condizioni di spettro aggiunto aggiustato. Se poi la cella di prova fosse immersa in un reticolo infinito di celle tutte ad essa identiche, è evidente che entrambi le differenze sarebbero contemporaneamente nulle; per una struttura PCTR, costituita da almeno due regioni di caratteristiche differenti, ciò non sarà possibile, e se ne potrà annullare al più solo una; ovviamente si farà in modo di annullare la differenza  $\bar{\phi}_1/\bar{\phi}_2 - (\bar{\phi}_1/\bar{\phi}_2)_{\text{vero}}$ , che ha un significato fisico diretto. Si ottiene così uno zero (semplice) della curva  $\Delta K_\infty/K_\infty$  vs.  $\phi_1/\phi_2$ . L'altro zero può essere trovato per via teorica esprimendo il rapporto dei flussi aggiunti  $\phi_1^+/\phi_2^+$  in funzione del rapporto dei flussi  $\phi_1/\phi_2$  e sostituendo nella (7); in generale la relazione tra  $\phi_1^+/\phi_2^+$  e  $\phi_1/\phi_2$  è praticamente lineare su un largo intervallo di valori di  $\phi_1/\phi_2$ , per cui la (7) rappresenta effettivamente una parabola ad asse verticale che, se ha un'intersezione reale coll'asse delle ascisse, certamente ne possiede una seconda. Si conclude che, a meno di non uscire molto dall'intervallo di dipendenza lineare dei flussi e dei flussi aggiunti, vi sarà un valore di  $\phi_1/\phi_2$  per cui  $\phi_1^+/\phi_2^+$  uguaglierà  $(\bar{\phi}_1^+/\bar{\phi}_2^+)_{\text{vero}}$  e nuovamente si annullerà il secondo membro della (7).

Evidentemente questo secondo zero sarà tanto più vicino al primo quanto più la differenza  $\phi_1^+/\phi_2^+ - (\bar{\phi}_1^+/\bar{\phi}_2^+)_{\text{vero}}$  sarà piccola, in

corrispondenza di  $\phi_1/\phi_2 = (\phi_1/\phi_2)_{\text{vero}}$  .

Richiamato ciò, vediamo che cosa succede quando si avvelena il buffer interno. In fig. 21 abbiamo riportato il rapporto  $\phi_1^+/\phi_2^+$  in funzione di  $\phi_1/\phi_2$ , entrambi i valori valutati per mezzo di CAZE al bordo della cella di prova, sia per il caso non avvelenato (circa a) che per quello avvelenato (curva b). La curva b è manifestamente più vicina al valore  $(\phi_1^+/\phi_2^+)_{\text{vero}}$ , proprio del reticolo infinito.

Tornando ora alla curva c della fig. 9, è facile comprendere, in base al ragionamento fatto prima, perchè l'intersezione che definisce lo spettro aggiustato sia più vicina al vertice e all'altra intersezione di quanto non lo fosse a buffer non avvelenato, e di conseguenza perchè la parabola risulti spostata in alto e a destra.

Si osserverà che il valore di  $K_{\infty}-1$  che si ricava dalla curva c in corrispondenza dello spettro corretto (valutato teoricamente o con uno dei criteri, usato nella forma migliore) non differisce praticamente dal valore che si legge sulla curva a, dato che le due curve si intersecano in quel punto, con buona precisione, ed entrambi i valori sono vicinissimi al valore esatto.

Il vantaggio dell'avvelenamento del buffer sta nel fatto che, poichè lo spettro aggiustato si trova più vicino al vertice, cioè al punto stazionario della parabola, la sensibilità spettrale della quantità  $M$  è molto minore, e corrispondentemente

minore è l'errore dovuto a cattivo aggiustamento spettrale sul  $K_{\infty}-1$  misurato.

Può a tutta prima sorprendere che un veleno puramente termico possa modificare il rapporto dei flussi aggiunti  $\phi_1^+/\phi_2^-$ , che ha significato di probabilità che un neutrone veloce raggiunga l'energia termica. Bisogna considerare però che, se si avvelena il buffer, per raggiungere un certo  $\phi_1/\phi_2$  al bordo della cella occorrerà nel buffer esterno una concentrazione minore di combustibile, a cui corrisponderà, sia nel buffer esterno che, in misura minore, nel buffer interno, una maggiore probabilità per i neutroni veloci di raggiungere la soglia termica, essendo diminuita la probabilità di cattura in risonanza. Ciò spiega l'innalzamento di  $\phi_1^+/\phi_2^-$ .

## 6.2 Effetto sull'accuratezza del 1° criterio di aggiustamento spettrale.

Si è visto nel Cap. 5 che, se si applica il 1° criterio (cella centrale-cella adiacente) tra un punto situato alla periferia della zona di prova e un punto variabile nel buffer, non avvelenato, si ottengono risultati diversi tra loro e dal valore esatto, calcolato teoricamente (fig. 13). Se invece il buffer viene avvelenato, si può osservare la situazione illustrata in fig. 22: al variare del punto mobile si hanno nel diagramma diverse rette le quali tutte si tagliano, con sorprendente precisione, in un medesimo punto della bisettrice, che corrisponde praticamente in modo esatto al valore dello spettro aggiustato. Segue che, almeno per un reattore PCTR del tipo dell'RB1, e per reticoli come quelli qui studiati per cui è possibile cir-

condare la cella di prova con una corona completa di altre otto celle uguali, l'avvelenamento di queste ultime permette di ottenere una elevata precisione sullo spettro aggiustato secondo il 1° criterio. E' presumibile che ciò sia vero in generale, purchè esista la corona di celle che permette materialmente l'applicazione del criterio. Infatti, nei limiti in cui vale la teoria omogenea dei reattori, se in corrispondenza di una certa distanza  $z_0$  dall'asse si realizza lo spettro asintotico, e le caratteristiche della zona buffer sono rigorosamente costanti per  $0 \leq z \leq z_0$ , questo spettro si manterrà fino ad  $z=0$ . Non dovrebbe perciò essere necessario dimensionare molto largamente il buffer da avvelenare, se si vuol raggiungere un ragionevole aggiustamento spettrale. Piuttosto, sarà opportuno rilevare con grande precisione i due spettri da confrontare: soprattutto sarà opportuno fare misure in un buon numero di posizioni, nella corona di celle attorno a quella di prova, omologhe alle posizioni scelte in quest'ultima; ciò allo scopo di rendere minimo l'errore dovuto a variazioni azimutali del flusso e all'eterogeneità del reticolo.

### 6.3 Conclusioni.

L'avvelenamento del buffer interno comporta i seguenti vantaggi:

- rende rigoroso e, almeno per ciò che risulta da calcoli omogenei, estremamente accurato il 1° criterio,
- diminuisce la dipendenza spettrale del valore di  $K_{\infty}-1$  misurato, riducendo in tal modo l'errore inerente all'aggiustamento spettrale.

## 7. IMPIEGO DI DIVERSI TIPI DI RIVELATORI.

### 7.1 Calcoli.

Nel corso delle esperienze sul reattore RB-1 si è constatato che l'uso di diversi tipi di rivelatori nella determinazione dei rapporti al cadmio da impiegare per i criteri di aggiustamento spettrale, conduceva a valori di  $K_{\infty}$  che differivano anche di 130 pcm (2° criterio). Per indagare se effettivamente esiste una reale gerarchia di meriti tra i diversi indici spettrali oppure se le differenze riscontrate sono dovute soltanto ad errori sperimentali, sono state eseguite esperienze numeriche PCTR, ricorrendo al modello monodimensionale, questa volta però nell'ambito di una teoria a 8 gruppi (uno termico,  $\phi_8$ , e sette veloci). Come "indici spettrali" sono stati adottati i rapporti  $\phi_i/\phi_8$ ,  $i = 1, 2, \dots, 7$ . I calcoli sono stati effettuati per due configurazioni, corrispondenti a 26 e 36 barre nel buffer esterno e con buffer interno sia avvelenato che non avvelenato.

La suddivisione energetica dei diversi gruppi è la seguente:

| <u>Gruppo</u> | <u>Limite superiore (eV)</u> | <u>Limite inferiore (eV)</u> |
|---------------|------------------------------|------------------------------|
| 1             | 14,918247 . 10 <sup>6</sup>  | 1,1109000 . 10 <sup>5</sup>  |
| 2             | 1,1109000 . 10 <sup>5</sup>  | 1,2340985 . 10 <sup>3</sup>  |
| 3             | 1,2340985 . 10 <sup>3</sup>  | 1,0130097 . 10 <sup>2</sup>  |
| 4             | 1,0130097 . 10 <sup>2</sup>  | 2,9023214 . 10 <sup>1</sup>  |
| 5             | 2,9023214 . 10 <sup>1</sup>  | 1,0677044 . 10 <sup>1</sup>  |
| 6             | 1,0677044 . 10 <sup>1</sup>  | 2,3823705                    |
| 7             | 2,3823705                    | 0,6825607                    |
| 8             | 0,6825607                    | 0                            |

I diagrammi (1° e 2° criterio) sono riportati nelle figure da 23 a 32.

Nella tabella 7.1 appaiono i valori di  $\phi_i/\phi_8$  aggiustato, ottenuti col 1° criterio, rilevando i flussi nei punti 1 e 7 (1° criterio modificato) e nei punti 7 e 14 (1° criterio standard), insieme ai relativi valori di  $M$  e di  $K_{\infty}-1$ . Seguono i valori di  $\phi_i/\phi_8$  ottenuti col 2° criterio, insieme a  $M$  e  $K_{\infty}-1$ .

Come si vede dai diagrammi e dalle tabelle, per ognuno degli indici spettrali si ha, a seconda del criterio (1°, 1° modificato, 2°), un valore diverso di  $(\phi_i/\phi_8)_{\text{aggi}}$  e quindi di  $M$  e di  $K_{\infty}-1$ .

La dispersione tra i diversi criteri è però piccola, variando da 0,25% a 0,80% a seconda del gruppo. Può essere di qualche interesse rilevare che il 1° criterio modificato non differisce gran che dal 1° criterio standard, a differenza di ciò che accadeva con la teoria a due gruppi. Inoltre l'avvelenamento del buffer interno, decisivo per i calcoli a due gruppi, non comporta più un miglioramento dell'accordo tra i diversi criteri, almeno in linea generale (Tabella 7.2); tuttavia abbassa il valore di  $M$  e di  $K_{\infty}-1$  di circa 0,4%, avvicinandolo al valore esatto.

Si può concludere che i criteri d'aggiustamento, anche se corretti come indicato nel Cap. 5, danno risultati più incerti quando si prende in considerazione, del flusso veloce, volta a volta solo una ristretta banda d'energia. Osserviamo a que



Tabella 7.1 - Criteri di aggiustamento a 8 gruppi. Buffer interno non avvelenato.

| i | 1° criterio modificato<br>(Punti 1-7) |        |                  | 1° criterio<br>(Punto 14-7) |        |                  | 2° criterio              |        |                  |
|---|---------------------------------------|--------|------------------|-----------------------------|--------|------------------|--------------------------|--------|------------------|
|   | $(\phi_i/\phi_s)_{agg.}$              | M (g)  | $K_{\infty} - 1$ | $(\phi_i/\phi_s)_{agg.}$    | M (g)  | $K_{\infty} - 1$ | $(\phi_i/\phi_s)_{agg.}$ | M (g)  | $K_{\infty} - 1$ |
| 7 | 0,05726                               | 224,63 | 0,09388          | 0,05648                     | 223,44 | 0,09331          | 0,05648                  | 223,44 | 0,09331          |
| 6 | 0,06930                               | 223,63 | 0,09339          | 0,06862                     | 222,80 | 0,09302          | 0,06890                  | 223,07 | 0,09314          |
| 5 | 0,04760                               | 223,20 | 0,09320          | 0,04700                     | 222,04 | 0,09269          | 0,04723                  | 222,50 | 0,09289          |
| 4 | 0,06080                               | 222,74 | 0,09300          | 0,06015                     | 221,72 | 0,09254          | 0,06050                  | 222,26 | 0,09278          |
| 3 | 0,1254                                | 222,58 | 0,09293          | 0,1239                      | 221,32 | 0,09236          | 0,1248                   | 222,10 | 0,09271          |

Tabella 7.2 - Criteri di aggiustamento a 8 gruppi. Buffer interno avvelenato.

| i | 1° criterio modificato<br>(Punti 1-7) |        |                  | 1° criterio<br>(Punti 14-7) |        |                  | 2° criterio              |        |                  |
|---|---------------------------------------|--------|------------------|-----------------------------|--------|------------------|--------------------------|--------|------------------|
|   | $(\phi_i/\phi_s)_{agg.}$              | M (g)  | $K_{\infty} - 1$ | $(\phi_i/\phi_s)_{agg.}$    | M (g)  | $K_{\infty} - 1$ | $(\phi_i/\phi_s)_{agg.}$ | M (g)  | $K_{\infty} - 1$ |
| 7 | 0,05692                               | 221,96 | 0,09265          | 0,05782                     | 222,77 | 0,09301          | 0,05640                  | 221,73 | 0,09255          |
| 6 | 0,06915                               | 221,79 | 0,09257          | 0,07010                     | 222,14 | 0,09273          | 0,06870                  | 221,63 | 0,09250          |
| 5 | 0,04748                               | 221,69 | 0,09253          | 0,04800                     | 221,96 | 0,09265          | 0,04726                  | 221,57 | 0,09248          |
| 4 | 0,06077                               | 221,61 | 0,09250          | 0,06135                     | 221,86 | 0,09261          | 0,06045                  | 221,48 | 0,09246          |
| 3 | 0,12520                               | 221,52 | 0,09245          | 0,1262                      | 221,75 | 0,09256          | 0,1249                   | 221,42 | 0,09241          |

sto punto che, quando si considera in dettaglio lo spettro energetico dei neutroni, è spesso impossibile dire che una certa configurazione è più dura o più molle di un'altra configurazione ad essa vicina, perchè il confronto dei rapporti spettrali  $\phi_i/\phi_8$  può dare risultati opposti a seconda del gruppo  $i$  considerato, e di conseguenza è impossibile eseguire in modo univoco una interpolazione a spettro aggiustato.

Riportiamo in tabella 7.3, a conferma di ciò, i valori di  $\phi_i/\phi_8$  alla periferia della cella per la configurazione con 26 barre nel buffer esterno (non avvelenato), insieme ai valori di  $\phi_i/\phi_8$  aggiustati secondo il 1° e 2° criterio e il 1° criterio modificato, e alle differenze (percentuali) relative.

Tabella 7.3 - Dipendenza dell'aggiustamento dalla banda spettrale considerata.

| i | $\phi_i/\phi_8$ | $\phi_i/\phi_8$ agg. |        | $\phi_i/\phi_8$ agg. |        | $\phi_i/\phi_8$ agg. |        |
|---|-----------------|----------------------|--------|----------------------|--------|----------------------|--------|
|   | conf. 26 barre  | 1° crit. modif.      |        | 1° criterio          |        | 2° criterio          |        |
| 7 | 0,05603         | 0,05726              | -2,15% | 0,05648              | -0,80% | 0,05648              | -0,80% |
| 6 | 0,06861         | 0,06930              | -1,00% | 0,06862              | -0,14% | 0,06890              | -0,42% |
| 5 | 0,04736         | 0,04760              | +0,50% | 0,04700              | +0,77% | 0,04723              | +0,27% |
| 4 | 0,06080         | 0,06080              | -      | 0,06015              | +1,08% | 0,06050              | +0,50% |
| 3 | 0,12566         | 0,12540              | +0,21% | 0,12385              | +1,46% | 0,12480              | +0,69% |

La configurazione con 26 barre risulta, a seconda della banda considerata, a volte più molle, a volte più dura dello spettro aggiustato.

## 7.2 Confronto coll'esperienza e conclusioni.

Le esperienze RB1 hanno dato, per i due rivelatori usati (Au e Mn), i seguenti valori di  $K_{\infty}-1$ :

|    | <u>1°crit.</u> | <u>2°crit.</u> |
|----|----------------|----------------|
| Mn | 0,09041        | 0,08586        |
| Au | 0,09006        | 0,08729        |

Facendo riferimento al 1° criterio, e assumendo che il rapporto  $\phi_7/\phi_8$  possa rappresentare abbastanza bene il reciproco del rapporto al cadmio del manganese, e che lo stesso valga per  $\phi_6/\phi_8$  rispetto all'oro, dalla tabella 7.1 ricaviamo che il valore di  $K_{\infty}-1$  diminuisce di 23 pcm quando si passa da  $\phi_7/\phi_8$  a  $\phi_6/\phi_8$ , mentre il valore sperimentale diminuisce di 32 pcm nel passare dal manganese all'oro.

Riguardo al 2° criterio, l'analoga differenza teorica è 13 pcm contro -130 pcm, ricavati dall'esperienza.

Da quanto precede si ha che, in via teorica, il fatto di aggiustare lo spettro basandosi su diverse bande spettrali porta a diversi valori di  $K_{\infty}-1$ , ma lo scarto (di poche decine di pcm al più) è notevolmente inferiore a quello osservato, per due diversi rivelatori, nelle esperienze RB1.

E' vero però che nelle esperienze condotte sul reticolo B1 B29.2 il valore del rapporto spettrale aggiustato ha dovuto essere ricavato per estrapolazione <sup>[1]</sup>, il che riduce notevolmente l'accuratezza del risultato. Lo scarto tra i due

diversi rivelatori può essere in gran parte dovuto, perciò,  
all'incertezza delle misure.

## 8. EFFETTO DI UNA CURVATURA RESIDUA DEL FLUSSO ASSIALE.

### 8.1 Generalità e calcoli.

Una delle operazioni che nelle esperienze PCTR richiede maggior cura è quella dell'appiattimento assiale del flusso nella regione dov'è collocata la cella di prova. Si è perciò cercato di valutare quanto sia importante raggiungere un buon appiattimento assiale agli effetti della determinazione della quantità di veleno che dà variazione nulla di reattività.

L'effetto di una residua curvatura del flusso assiale si riduce, nel modello monodimensionale, ad un termine di fuga  $DB_z^2$  che entra in competizione con l'assorbimento del veleno. L'effetto è, con questo modello, banale, e non realistico perchè nel passaggio da cella estratta a cella inserita si verificano delle distorsioni di flusso in tutta la regione di prova, delle quali non è possibile tener conto con un semplice buckling assiale.

Si sono perciò eseguiti calcolo bidimensionali a due gruppi, secondo lo schema seguente: sono state considerate due configurazioni, l'una coincidente con la 1<sup>a</sup> configurazione già descritta nel Cap. 3, § 2, e che è risultata ben appiattita, v. fig. 33, dove sono riportati i flussi veloce e termico lungo una generatrice appartenente alla superficie laterale della cella di prova, sia in condizioni di cella estratta che di cella inserita.

Per quanto riguarda l'altra configurazione, si è supposto che il combustibile presente nel buffer esterno della 1<sup>a</sup> configurazione fosse ridistribuito in modo uniforme su tutta l'altezza del core, causando così un cattivo appiattimento assiale nella zona di prova ed uno spettro decisamente più duro. I dati concernenti il buffer così modificato sono elencati in tabella 8.1.

Tabella 8.1 - Costanti a due gruppi per il buffer "non appiattito".

|                | D       | $\Sigma_a$               | $\epsilon \vee \Sigma_f$ | $\Sigma_{out}$           |
|----------------|---------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| gruppo veloce  | 1,11525 | $4,04498 \cdot 10^{-4}$  | $4,64706 \cdot 10^{-4}$  | $34,05771 \cdot 10^{-4}$ |
| gruppo termico | 0,83936 | $35,45227 \cdot 10^{-4}$ | $62,56095 \cdot 10^{-4}$ | -                        |

Questa configurazione verrà chiamata 2<sup>a</sup> configurazione non appiattita.

L'andamento assiale dei flussi veloce e termico, in condizioni di cella estratta e di cella inserita è illustrato in fig. 34.

Si trova che la grandezza

$$\Delta = \frac{\phi_{(6,39)} - \phi_{(6,31)}}{\phi_{(6,39)}} \cdot 100$$

dove i punti (2,39) e (6,39) sono indicati nella fig. 3 , e che è stata assunta come indice della variazione del flusso nella zona di prova, assume, nella 1<sup>a</sup> configurazione e nella 2<sup>a</sup> configurazione non appiattita i valori della tabella 8.2 .

Tabella 8.2 - Variazione assiale del flusso sulla cella di prova.

|  | 1 <sup>a</sup> configurazione |                | 2 <sup>a</sup> conf. non appiattita |                |
|--|-------------------------------|----------------|-------------------------------------|----------------|
|  | cella inserita *              | cella estratta | cella inserita*                     | cella estratta |
| $\Delta$ (veloce)  | - 1,1                         | - 0,65         | + 5,8                               | + 2,39         |
| $\Delta$ (termico)   | + 1,1                         | + 0,51         | + 5,2                               | + 1,72         |
| * valori interpolati alla massa che dà variazione nulla di reattività. |                               |                |                                     |                |

Poichè la grandezza  $\Delta$  , utile per confronti con risultati sperimentali, è collegata solo indirettamente all'integrale delle fughe sulla zona di prova, riportiamo in tabella 8.3 i valori di questa integrale, più precisamente di

$$\frac{\sum_i^q \int_V D \text{ grad } \phi_i \cdot \text{grad } \phi_i^+ dV}{\sum_i^q \int_V \phi_i \phi_i^+ dV} \cdot 10^6$$

dove  $V$  indica la zona di prova oppure il buffer interno.

Tabella 8.3 - Valori delle fughe nella zona di prova e nel buffer interno.

|                | 1ª configurazione |         |                | 2ª conf. non appiattita |         |                |
|----------------|-------------------|---------|----------------|-------------------------|---------|----------------|
|                | cella inserita    |         | cella estratta | cella inserita          |         | cella estratta |
|                | M=180 g           | M=280 g |                | M=180 g                 | M=280 g |                |
| zona di prova  | 0,03              | -       | 0,0            | 4,48                    | 4,37    | 3,94           |
| buffer interno | 1,29              | -       | 1,15           | 9,97                    | 9,69    | 9,73           |

Come si vede, nella configurazione "non appiattita" la variazione assiale del flusso e l'integrale delle fughe sono notevoli, soprattutto a cella inserita.

Nella tabella 8.4 sono riportate le masse di rame che danno variazione nulla di reattività, i rapporti  $\phi_1/\phi_2$  al bordo della cella di prova (punto 6,39) sia a cella inserita che estratta, e nel mezzo del buffer interno (punto 10,39) a cella inserita (posizione denominata "cella adiacente").

Tabella 8.4 - Risultati per le due configurazioni.

|   | 1ª configuraz. | 2ª config. non appiattita |
|---|----------------|---------------------------|
| M   | 215, 91        | 237,69                    |
| $(\phi_1/\phi_2)_{3,39}$ cella inserita   | 0,7958         | 0,8264                    |
| $(\phi_1/\phi_2)_{6,39}$ cella inserita   | 0,7897         | 0,8286                    |
| $(\phi_1/\phi_2)_{6,39}$ cella estratta   | 0,7885         | 0,8308                    |
| $(\phi_1/\phi_2)_{10,39}$ cella adiacente | 0,7804         | 0,85155                   |



Applicando, come di consueto, v. fig. 35, i due criteri di aggiustamento, nella forma solita di cella centrale - cella adiacente (1°) e cella inserita - cella estratta (2°) od anche, il primo criterio, nella forma modificata centro-periferia della cella di prova, otteniamo i risultati di tabella 8.5, dove riportiamo per comodità anche i valori con entrambe le configurazioni appiattite (v. Cap. 5) ed i valori teorici.

Tabella 8.5 - Risultati a spettro aggiustato.

|                            | $(\Phi/\Phi)_{\text{aggiust.}}$ | M       |
|----------------------------|---------------------------------|---------|
| <u>Caso non appiattito</u> |                                 |         |
| 1° criterio                | 0,8009                          | 222,20  |
| 2° criterio                | 0,8033                          | 223,51  |
| 1° criterio modif.         | 0,8184                          | 231,97  |
| <u>Caso ben appiattito</u> |                                 |         |
| 1° criterio                | 0,8019                          | 217,98  |
| 2° criterio                | 0,7946                          | 216,75  |
| 1° criterio modif.         | 0,8220                          | 221,40  |
| <u>Valori teorici</u>      | 0,81733                         | 219,433 |

L'errore che si commette sulla quantità di veleno è notevole, soprattutto nel caso del 1° criterio modificato, che è quello che dà invece (come ci si aspetta) il miglior valo-

re dello spettro aggiustato.

Il 1° criterio (standard) e il 2° criterio danno risultati più ragionevoli perchè sottostimano il rapporto spettrale e conducono quindi a un valore più basso della quantità di veleno, compensando in tal modo l'errore, almeno parzialmente.

Scendendo più in dettaglio, si vede che l'errore sulla massa di veleno  $M$  a spettro aggiustato è dovuto al fatto che la configurazione non appiattita richiede, perchè sia nulla la variazione di reattività, una massa di rame di 237,7 g, contro i 222,5 g che spetterebbero ad una configurazione di uguale rapporto spettrale, ma ben appiattita. Il cattivo appiattimento comporta così, in questo caso, un errore di 15 g, pari al 7% della massa di rame relativa a questa configurazione.

Sebbene l'effetto sia numericamente abbastanza cospicuo, non siamo riusciti a costruire un modello più semplice e intuitivo che renda conto del fatto che la sostituzione del vuoto con una porzione di cella, pur avvelenata in modo che  $K_{oo}=1$ , possa ancora dar luogo alle distorsioni rilevate nelle esperienze numeriche (e già osservate, sia pure in misura molto minore, anche nelle esperienze RB-1), capaci di alterare così notevolmente, per via delle fughe da esse indotte, i valori della quantità di veleno.

E' probabile che l'avvelenamento del buffer porti anche in

questo caso ad una diminuzione delle distorsioni e quindi dell'effetto del cattivo appiattimento.

## 8.2 Conclusioni.

Dalle esperienze numeriche si rileva che se l'appiattimento assiale nella zona di prova è cattivo (per esempio se la variazione del flusso termico o veloce dalla sezione mediana alla sommità della cella di prova raggiunge il 5%) si possono avere errori notevoli sulla quantità di veleno e conseguentemente su  $K_{\infty}-1$  (per esempio  $3\pm 5\%$ ).

## 9. CORREZIONE PER L'ASSORBIMENTO DELL'AZOTO.

Si è osservato, nel corso delle esperienze RB1, che la correzione da apportare alla massa di rame che dà variazione nulla di reattività, a causa della presenza di aria (azoto) nella cavità che viene lasciata libera quando si estrae la cella di prova, dipende sensibilmente anche dallo spettro, e non può perciò essere calcolata con sufficiente precisione se ci si limita ad una formula basata su un semplice bilancio di assorbimenti (secondo la legge  $1/v$ ) <sup>[1]</sup>. Questo fatto ci aveva costretto a valutare la correzione con una procedura sperimentale apposita, per ognuna delle configurazioni spettrali (salvo la possibilità di fare delle interpolazioni). Si è perciò cercato di stabilire con calcoli in che misura la dipendenza spettrale indicata dalle esperienze fosse attendibile, non fosse cioè dovuta a errori sperimentali.

### 9.1 Modello monodimensionale.

I calcoli, secondo il modello monodimensionale, avvengono nel modo seguente : la cella di prova è avvelenata con una determinata frazione volumetrica di rame  $F_{oo}$  se possibile prossima a quella che dà variazione nulla di reattività (nel caso nostro abbiamo però preso, per semplicità,  $F_{oo} = 0$ ) e viene determinato il  $K_{eff}$  del reattore a cella inserita, diciamo  $K_{pieno}$ , relativamente a quattro situazioni spettrali (configurazioni con 20,36,48,70 barre nel buffer esterno); poi, sempre per le varie configurazioni, viene determinato il  $K_{eff}$  del reattore a cella estratta, ma supponendo che nella cavità si sia introdotto un veleno termico, in quantità diverse, simu-

lante aria a diverse pressioni (ciò viene in pratica ottenuto imponendo diverse lunghezze d'estrapolazione  $\ell_0, \frac{1}{2}\ell_0, \frac{1}{4}\ell_0$  al contorno della cella di prova), e lo chiameremo  $K_{\text{aria}}$ ; il raggio esterno del driver è poi scelto in modo che il  $K_{\text{eff}}$  a cella estratta e in condizioni di vuoto,  $K_{\text{vuoto}}$ , sia eguale a 1.

I risultati sono riportati in tabella 9.1;  $\ell_0 = 6940,91$  cm rappresenta la lunghezza di estrapolazione che tiene conto dell'assorbimento dell'aria alla pressione di 262,5 mm Hg (la pressione che veniva realizzata nelle esperienze RB-1 variava da 160 a 604 mm Hg).

Tabella 9.1 - Effetto di un veleno che vada ad occupare la cavità della cella di prova.

|  |       | B a r r e |        |        |        |
|--|-------|-----------|--------|--------|--------|
|  |       | 20        | 36     | 48     | 70     |
| $K_{\text{pieno}} - K_{\text{vuoto}}$                      | (pcm) | 316,4     | 356,3  | 375,8  | 395,2  |
| $K_{\text{pieno}} - (K_{\text{aria}})_{\ell_0}$            | "     | 349,3     | 391,8  | 412,2  | 432,1  |
| $K_{\text{pieno}} - (K_{\text{aria}})_{\frac{1}{2}\ell_0}$ | "     | 382,1     | 427,3  | 448,6  | 469,1  |
| $K_{\text{pieno}} - (K_{\text{aria}})_{\frac{1}{4}\ell_0}$ | "     | 447,1     | 497,9  | 520,9  | 542,9  |
| $K_{\text{vuoto}} - (K_{\text{aria}})_{\ell_0}$            | "     | -32,9     | -35,6  | -36,4  | -36,9  |
| $K_{\text{vuoto}} - (K_{\text{aria}})_{\frac{1}{2}\ell_0}$ | "     | -65,7     | -71,1  | -72,7  | -73,9  |
| $K_{\text{vuoto}} - (K_{\text{aria}})_{\frac{1}{4}\ell_0}$ | "     | -130,7    | -141,6 | -145,1 | -147,7 |

In fig. 36 è riportato il grafico di  $K_{\text{pieno}} - K_{\text{aria}}$  in funzione del veleno, per le quattro configurazioni considerate (rette continue). La leggera differenza di pendenza tra le quattro

rette è dovuta al diverso "worth" del veleno nei quattro diversi spettri, come meglio si vede dalle quattro rette tratteggiate, che rappresentano il grafico  $K_{\text{vuoto}} - K_{\text{aria}}$ . Si ha in termini di variazione di reattività per mm Hg di aumento di pressione

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial p} = \begin{cases} 0,1245 \text{ pcm/mmHg} & (20 \text{ barre}) \\ 0,1349 \text{ " " } & (36 \text{ barre}) \\ 0,1382 \text{ " " } & (48 \text{ barre}) \\ 0,1407 \text{ " " } & (70 \text{ barre}) \end{cases}$$

D'altra parte la tabella 4.1 indica che, per annullare l'eccesso di reattività di 316,4 , 356,3 , 375,8 e 395,2 pcm, per le quattro configurazioni, occorre una massa di rame M, distribuita su un'altezza di 60 cm della cella di prova (adottiamo qui senz'altro le notazioni usate nelle esperienze), pari a 213,29, 221,35, 226,95 e 233,78; si ha quindi \*

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial M} = \begin{cases} -1,4834 \text{ pcm/g Cu} & (20 \text{ barre}) \\ -1,6097 \text{ " " } & (36 \text{ barre}) \\ -1,6559 \text{ " " } & (48 \text{ barre}) \\ -1,6905 \text{ " " } & (70 \text{ barre}) \end{cases}$$

Segue

$$\frac{dM}{dp} = - \frac{\partial \Delta \rho / \partial p}{\partial \Delta \rho / \partial M} = \begin{cases} 0,0839 \text{ g Cu/mmHg} & (20 \text{ barre}) \\ 0,0838 \text{ " " } & (36 \text{ barre}) \\ 0,0835 \text{ " " } & (48 \text{ barre}) \\ 0,0832 \text{ " " } & (70 \text{ barre}) \end{cases}$$

\* Per  $\partial \Delta \rho / \partial p$  e  $\partial \Delta \rho / \partial M$  si hanno valori circa quadrupli di quelli sperimentali perchè nel modello monodimensionale viene avvelenata la cella di prova su tutta la sua altezza.

La "correzione per l'aria", rappresentata da  $dM_{ap}$ , mostra quindi una piccola dipendenza spettrale (del 0,83%, per configurazioni il cui rapporto epitermico differisce del 10,8%) a differenza di quanto rilevato sperimentalmente. (Bisogna però tener conto che questi calcoli sono affetti da un errore pari al 2%). Una spiegazione potrebbe essere la seguente: supponiamo che lo spettro sul contorno della zona di prova non subisca alcuna variazione nel passare dalla posizione di cella inserita alla posizione di cella estratta; in altre parole supponiamo di trovarci nella condizione di spettro aggiustato, secondo la definizione del criterio "cella inserita-cella estratta". In tal caso l'effetto di un veleno  $1/v$  introdotto nella cella inserita e l'effetto dello stesso veleno introdotto nella cavità che rimane a cella estratta saranno uguali; in altri termini, se nell'esperienza una certa quantità  $M$  di veleno va aggiunta alla cella per annullare la variazione di reattività del reattore rispetto alla cella vuota, e se invece del vuoto nella cavità si trova una quantità  $\Delta$  di veleno, allora per ottenere ancora variazione nulla di reattività sarà necessario caricare la cella con la quantità  $M_1 = M + \Delta$ . La cosiddetta "correzione per l'aria", in condizioni di spettro aggiustato, dovrebbe perciò potersi eseguire sulla base di una semplice equivalenza tra due assorbitori  $1/v$ , quali l'azoto e il rame.

Supponiamo ora che lo spettro non sia aggiustato, e subisca una variazione nel passare dalla posizione di cella inserita alla posizione di cella estratta: l'effetto di una certa

quantità di veleno sarà allora diverso nelle due posizioni, e questa discrepanza sarà tanto più forte quanto più ci si allontana dalla condizione di spettro aggiustato.

Per valutare teoricamente l'effetto si può ricorrere anche ad un semplice calcolo perturbativo: basta osservare che il "worth" di una certa quantità di veleno nelle due posizioni di cella estratta e di cella inserita varierà secondo il rapporto

$$W = \frac{\left( \frac{\phi_2 \phi_2^+}{\int_{reattore} (\nu_1 \sum_{f1} \phi_1 + \nu_2 \sum_{f2} \phi_2) \phi_1^+ dV} \right)_{\text{cella estratta}}}{\left( \frac{\phi_2 \phi_2^+}{\int_{reattore} (\nu_1 \sum_{f1} \phi_1 + \nu_2 \sum_{f2} \phi_2) \phi_1^+ dV} \right)_{\text{cella inserita}}}$$

( $\phi_2$  e  $\phi_2^+$  sono valutati al bordo della cella). Per le tre configurazioni di 20,36,48 barre si ha  $W = 1,052, 1,050$  e  $1,048$ ; ciò mostra come l'equivalente in rame dell'azoto va da moltiplicato per un fattore correttivo abbastanza diverso dall'unità, allo scopo di tener conto della variazione spettrale (soprattutto del flusso aggiunto) tra cella piena e cella vuota, ma questo fattore varia meno dell'1% nel passare da una configurazione all'altra.

Il calcolo precedente risulta così confermato, e si conclude che il modello monodimensionale non prevede che una debole dipendenza spettrale, in netto contrasto coll'espe=  
rienza.



## 9.2 Modello bidimensionale.

I calcoli seguono esattamente il procedimento sperimentale. In luogo del vuoto si è introdotto un assorbitore puramente termico la cui sezione macroscopica di assorbimento è

$$\Sigma_a = 1,9787 \cdot 10^{-4}$$

che corrisponde all'aria a 3 atm, pari a 2280 mmHg (nel seguito lo chiameremo aria). Per ognuna delle due configurazioni si è valutata la variazione di reattività  $\Delta \rho$  tra la posizione di cella inserita e avvelenata con una massa di 280 g di rame, rispetto alla posizione di cella estratta, la cavità essendo occupata dall'aria; i risultati appaiono in tabella 9.2, dove sono indicate anche le  $\Delta \rho$  rispetto al vuoto, e tra vuoto e aria.

Tabella 9.2 - Variazione di  $\Delta \rho$  con la pressione.

|                             | 1 <sup>a</sup> configuraz. | 2 <sup>a</sup> configuraz. |
|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $\Delta \rho$ (pieno-vuoto) | - 31,6 pcm                 | - 26,0 pcm                 |
| $\Delta \rho$ (pieno-aria)  | 61,9 "                     | 57,9 "                     |
| $\Delta \rho$ (vuoto-aria)  | 93,5 "                     | 83,9 "                     |

Riportiamo anche per maggior comodità i rapporti spettrali delle due configurazioni (valori relativi alla massa di ra me che dà variazione nulla di reattività).

Tabella 9.3 - Rapporti spettrali.

|   |                         | 1ªconfigur. | 2ªconfiguraz. |
|---|-------------------------|-------------|---------------|
| cella<br>inserita   | $\phi_1/\phi_2$ (2,39)  | 0,7958      | 0,8251        |
|   | $\phi_1/\phi_2$ (6,39)* | 0,7897      | 0,8258        |
|   | $\phi_1/\phi_3$ (10,39) | 0,7804      | 0,8442        |
| cella<br>estratta   | $\phi_1/\phi_2$ (6,39)  | 0,7973      | 0,8430        |
| * Questo valore è assunto come indicativo dello spettro di tutta la configurazione. |                         |             |               |

Si ottiene così, essendo la variazione di pressione uguale a 2280 - 0 = 2280 mmHg,

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial p} = \begin{cases} 0,0410 & \text{pcm/mmHg} & (1^a \text{ configur.}) \\ 0,0368 & " & (2^a \text{ configur.}) \end{cases}$$

Si è quindi valutata, per ciascuna configurazione, la variazione di reattività  $\Delta \rho$  per due diverse masse di rame, e si è ottenuto

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial M} = \begin{cases} -0,4929 & \text{pcm/g Cu} & (1^a \text{ configur.}) \\ -0,44875 & " & (2^a \text{ configur.}) \end{cases}$$

Ricaviamo in tal modo il coefficiente di pressione

$$\frac{dM}{dp} = - \frac{\partial \Delta \rho / \partial p}{\partial \Delta \rho / \partial M} = \begin{cases} 0,0832 & \text{g/mmHg (1ª configuraz.)} \\ 0,0820 & \text{g/mmHg (2ª configuraz.)} \end{cases}$$

Da rilevare che la semplice equivalenza degli assorbimenti a 2200 m/sec porta a 0,082 g Cu per mmHg.

Tra le due configurazioni si ha una variazione di  $\phi_1/\phi_2$  sul bordo della cella di prova, a cella inserita, pari al 4,37%, cui corrisponde una variazione di  $dM/dp$ , cioè della correzione per l'aria, pari a 1,45%. Ciò corrisponderebbe, se la variazione del rapporto spettrale fosse del 12%, come nel caso sperimentale, ad una variazione di  $dM/dp$  pari al 4%.

Tuttavia i calcoli sono qui al limite degli errori numerici, sicchè tutto ciò che si può affermare con sicurezza è che l'effetto, se pure esiste, è molto piccolo, anche secondo il modello bidimensionale.

La ragione di ciò sta nel fatto che, sebbene i singoli termini  $\partial \Delta \rho / \partial p$  e  $\partial \Delta \rho / \partial M$  varino in modo sensibile al variare dello spettro, nel quoziente  $dM/dp$  la variazione praticamente sparisce, e ciò significa appunto che dovrebbe essere possibile calcolare la correzione per l'aria in base a una semplice equivalenza di assorbimenti, indipendentemente dallo spettro.

### 9.3 Confronto coll'esperienza e conclusioni.

Le esperienze RB1 sul reticolo B29.2 hanno dato i seguenti risultati [1] :

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial p} = \left\{ \begin{array}{l} 0,0300 \text{ pcm/mmHg (1ª configuraz.)} \\ 0,0248 \text{ " " (2ª configuraz.)} \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial M} = \left\{ \begin{array}{l} -0,422 \text{ pcm/g Cu (1ª configuraz.)} \\ -0,423 \text{ " " (2ª configuraz.)} \end{array} \right.$$

$$\frac{dM}{dp} = \left\{ \begin{array}{l} 0,0711 \text{ g Cu/mmHg (1ª configuraz.)} \\ 0,0586 \text{ " " (2ª configuraz.)} \end{array} \right.$$

I valori di  $\partial \Delta \rho / \partial p$  sono in buon accordo con quelli teorici, quando si consideri che questi ultimi non tengono conto della presenza di aria anche a cella inserita (nel canale e nella grafite), per cui essi vanno diminuiti di circa il 25%.

I valori di  $\partial \Delta \rho / \partial M$  sperimentali, pur mantenendosi abbastanza vicini a quelli teorici, non mostrano invece, a differenza di questi ultimi, alcuna dipendenza spettrale; non si ha quindi quella compensazione di effetti che si vede nei calcoli numerici e i valori di  $dM/dp$  sperimentali finiscono perciò per avere una notevole sensibilità spettrale, in contrasto con la teoria.

Infatti, poichè i rapporti spettrali, o meglio i valori  $1/(RCd-1)$  che sono ad essi proporzionali, sono risultati

$$\frac{1}{(RCd-1)_{Au}} = \begin{cases} 0,2188 & (1^{\circ} \text{config.}) \\ 0,24845 & (2^{\circ} \text{config.}) \end{cases}$$

segue che ad una variazione del rapporto spettrale pari al 12% corrisponde una variazione di  $dM_p$  all'incirca del 18%.

Anche restringendo senz'altro il confronto al solo modello bidimensionale, come quello che meglio descrive il fenomeno, il calcolo numerico non prevede in alcun modo un effetto spettrale di questa entità.

Ci sembra perciò probabile che la correzione sperimentale, di per sè pienamente valida, tenga conto anche di altri effetti, sensibili allo spettro, diversi da quello del puro assorbimento nell'azoto contenuto nella cavità.

10. OSSERVAZIONE SULLE SEZIONI EFFICACI.

L'interpretazione delle esperienze RB1 è stata effettuata ricorrendo al formalismo di Westcott; l'addizione di veleno si è supposto alterasse solo il fattore di utilizzazione termica, dove erano conglobati tutti gli assorbimenti dei vari materiali, con l'eccezione dell'assorbimento di risonanza dell' $^{238}\text{U}$ .

Nei nostri calcoli numerici non si è fatto uso del formalismo di Westcott, bensì di sezioni efficaci mediate su un intervallo d'energia definito "termico" e un intervallo definito "veloce". Ciò comporta, ovviamente, qualche modifica alle formule di Donahue-Heineman (v. Appendice); a parte questa scelta dell'uno o dell'altro sistema di sezioni efficaci è, per reattori ben termici, largamente arbitraria.

Tuttavia, mentre l'interpretazione delle esperienze RB1 è stata fatta nell'ambito del formalismo di Westcott, riportandoci a un "rame  $1/v$ ", nei calcoli del presente lavoro abbiamo utilizzato un veleno puramente termico che, evidentemente, non ha riscontro nella realtà fisica. E' chiaro che ciò non altera i risultati dei capitoli precedenti; è ovvio però che una interpretazione di esperienza PCSTR fatta col formalismo a due gruppi usato in questi calcoli andrebbe svolta tenendo conto dell'assorbimento del veleno anche in zona epitermica, il che comporta qualche ulteriore modifica formale alle espressioni di Donahue et al. come si vede in Appendice.

Abbiamo inoltre verificato, con calcoli GAM-THERMOS, che l'ad

dizione di una modesta quantità di un veleno essenzialmente termico come il rame non altera affatto le sezioni efficaci veloci e trascurabilmente (data la piccola perturbazione spettrale indotta) le sezioni termiche dei vari materiali che costituiscono la cella. Le formule di Donahue et al. (a parte le modifiche sopradette) che considerano  $K_{\infty}^{-1}$  semplicemente proporzionale alla quantità di veleno mantengono anche da questo punto di vista la loro validità.

## 11. CONCLUSIONI.

Il risultato più importante ai fini pratici di questa indagine ci sembra essere questo: è stato elaborato un modello di calcolo che consente una simulazione numerica adeguata dell'esperienza. Si è così dimostrato che è possibile prevedere almeno grosso modo il risultato di una misura, anche in un sistema complesso come l'RB1. Ciò è ovviamente importante ai fini della programmazione dell'esperienza.

Per quel che riguarda gli effetti fini si è visto che in taluni casi il modello di calcolo riesce a riprodurli, in altri no. Più precisamente :

### 11.1 Influenza dello spettro, incidente sulla cella di prova, sulla quantità di veleno che dà variazione nulla di reattività.

L'influenza dello spettro sulla quantità di veleno è ben individuata qualitativamente e, per quanto si può inferire dell'accordo di due modelli diversi, anche quantitativamente. Il confronto con le esperienze RB1 ha dato risultato soddisfacente, nei limiti in cui si riesce a far corrispondere lo spettro teorico  $\phi_1/\phi_2$  al rapporto al Cd sperimentale.

E' pure interessante notare che se si usa come curva interpolante fra i due risultati sperimentali RB1 relativi al reticolo B29.2 la parabola costruita per via teorica, previ opportuni cambiamenti di scala, si arriva a un va-



lore di  $K_{\infty}-1$  che differisce da quello ottenuto interpretando le misure di sostituzione francesi per meno di 200 pcm. Se si applica lo stesso metodo al reticolo T5, per cui esistono 3 punti di misura, appoggiando la parabola teorica interpolante a due di questi, si ritrova il terzo punto, quindi si arriva a un valore di  $K_{\infty}-1$  coincidente con quello sperimentale, ottenuto interpolando direttamente i 3 punti di misura.

#### 11.2 Criteri di aggiustamento spettrale.

Dai calcoli monodimensionali il primo criterio (cella centrale-cella adiacente) risulta affetto da una leggera incertezza, dell'ordine di 100-200 pcm su  $K_{\infty}-1$ , mentre il secondo criterio (cella estratta-cella inserita) è esatto. L'incertezza sul 1° criterio è dovuta al fatto che i risultati sono leggermente diversi a seconda del punto del buffer che si sceglie come riferimento. Se si avvelena il buffer l'incertezza sparisce, e il 1° criterio porta a risultati esatti.

Dai calcoli bidimensionali più realistici, le conclusioni raggiunte per il primo criterio restano invariate, mentre il secondo criterio risulta questa volta affetto da un piccolo errore, circa 150 pcm su  $K_{\infty}-1$ , legato presumibilmente a una debole variazione nella curvatura del flusso, da cella estratta a cella inserita, e ineliminabile avvelenando il buffer. Il primo criterio dunque godrebbe di un leggero vantaggio.

D'altra parte le misure sul reticolo B1 B29.2 avevano mostrato una differenza che va da 300 a 500 pcm(a seconda del rivelatore) fra il primo e il secondo criterio. Una differenza così marcata non è stata confermata dai calcoli. E' probabile che essa sia dovuta agli errori sperimentali. Ricordiamo infatti che sfortunatamente, avendo le due configurazioni sperimentali entrambe uno spettro più duro di quello proprio del reticolo avvelenato in e=same, quest'ultimo è stato valutato per estrapolazione, un procedimento che può condurre a errori rilevanti.

#### 11.3 Avvelenamento del buffer interno.

I calcoli hanno mostrato che a buffer avvelenato :

- a) Il primo criterio di aggiustamento spettrale diventa rigoroso e accurato, almeno per ciò che risulta da calcoli su mezzi omogenei.
- b) La quantità di veleno che dà variazione di reattivi=tà nulla risulta meno sensibile allo spettro incidente sulla cella di prova, nell'intorno dello spettro aggiustato. L'errore inerente all'aggiustamento spettrale ne viene quindi ridotto.

#### 11.4 Scelta dell'indice spettrale più opportuno.

L'aggiustamento dello spettro fatto basandosi su bande spettrali diverse porta a valori di  $K_{\infty}^{-1}$  diversi. La dispersione tuttavia è piccola (poche decine di pcm al più) almeno per i reticoli a uranio naturale e grafite.

Le differenze riscontrate sperimentalmente utilizzando, nell'applicare il 2° criterio al reticolo B29.2, il rapporto al cadmio di rivelatori d'oro e di manganese, rientrano presumibilmente negli errori sperimentali (v. punto 2).

#### 11.5 Appiattimento del flusso nella zona di prova.

Il cattivo appiattimento del flusso porta a variazioni notevoli della quantità di veleno che dà variazione nulla di reattività, quindi a errori rilevanti su  $K_{\infty}-1$ . Per una variazione del flusso del 5%, dalla sezione mediana della cella di prova alla sua sommità, si è trovato un errore su  $K_{\infty}-1$  compreso fra il 3 e il 5%. Il fenomeno è visibile attraverso calcoli numerici bidimensionali e non appare facilmente riducibile a uno schema di calcolo più semplice.

#### 11.6 Correzione per l'assorbimento dell'azoto.

I calcoli numerici confermano la validità in pratica di una valutazione della correzione basata su una semplice equivalenza degli assorbimenti.  $dM/dp$  risulta cioè praticamente costante da una configurazione spettrale all'altra, la differenza essendo piccola e al limite dell'errore numerico.

D'altra parte l'esperienza, per entrambi i reticoli B1

B29.2 e B1 T5, ha mostrato una netta dipendenza di  $dM/dp$  della configurazione spettrale, al di là degli errori sperimentali.

Un'analisi più dettagliata mostra che la discrepanza fra calcoli e misure nasce nella valutazione di  $\partial \Delta \rho / \partial M$ , che nei calcoli varia da una configurazione spettrale all'altra come  $\partial \Delta \rho / \partial p$ , mentre nella misura risulta quasi costante.

# APPENDICE.

Abbiamo ritenuto opportuno riunire qui alcune formule, in parte già da  
te nel testo.

1. In primo luogo, nel corso del lavoro sono state usate le equazioni  
a due gruppi, nella forma

$$(1) \quad \begin{cases} D_1 \nabla^2 \phi_1 - (\Sigma_{a1} + \Sigma_{s1}) \phi_1 + (\varepsilon \nabla \Sigma_f)_1 \phi_1 + (\varepsilon \nabla \Sigma_f)_2 \phi_2 = 0 \\ D_2 \nabla^2 \phi_2 - \Sigma_{a2} \phi_2 + \Sigma_{s1} \phi_1 = 0 \end{cases}$$

che differisce leggermente da quella che si usa in associazione  
con la formula a quattro fattori. D'altra parte, la forma (1)  
è quella adottata nei codici nucleari che sono stati utilizzati.

Nella (1) gli indici 1 e 2 denotano rispettivamente il gruppo velo  
ce e il gruppo termico.

$\Sigma_f$  è la sezione macroscopica di fissione,  
 $\Sigma_a$  è la sezione macroscopica di assorbimento,  
 $\Sigma_{s1}$  è la sezione macroscopica di trasferimento dal gruppo  
veloce a quello termico

$$(\Sigma_{a1} = \Sigma_{a1} + \Sigma_{s1})$$

D è il coefficiente di diffusione

$\phi$  è il flusso

L'uso della (1) comporta alcune piccole modifiche nelle formule di  
uso corrente nella teoria del metodo della reattività nulla. Il fat

tore di moltiplicazione infinita risulta definito come segue

$$(2) \quad K_{\infty} = \frac{(\nu \varepsilon \Sigma_f)_2 + (\nu \varepsilon \Sigma_f)_1 \cdot (\Sigma_{a2} / \Sigma_{s1})}{\Sigma_{a2}} \cdot \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_{a1} + \Sigma_{s1}}$$

Le equazioni a due gruppi, scritte nel mezzo infinito avvelenato critico, diventano

$$(3) \quad \begin{aligned} (\Sigma_{a1} + \Sigma_{s1}) \phi_{1\infty} &= (\nu \varepsilon \Sigma_f)_1 \phi_{1\infty} + (\nu \varepsilon \Sigma_f)_2 \phi_{2\infty} \\ (\Sigma_{a2} + \Sigma_{p2}) \phi_{2\infty} &= \Sigma_{s1} \phi_{1\infty} \end{aligned}$$

da cui si ricava lo spettro :

$$(4) \quad \frac{\phi_{1\infty}}{\phi_{2\infty}} = \frac{\Sigma_{a2} + \Sigma_{p2}}{\Sigma_{s1}} = \frac{(\nu \varepsilon \Sigma_f)_2}{\Sigma_{a1} + \Sigma_{s1} - (\nu \varepsilon \Sigma_f)_1}$$

nonchè il valore della sezione macroscopica d'assorbimento,  $\Sigma_{p2} = \Sigma_p$ , che rende il fattore di moltiplicazione infinita del reticolo uguale all'unità :

$$(5) \quad \begin{aligned} \Sigma_{p2} &= (\varepsilon \nu \Sigma_f)_2 \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_{s1} + \Sigma_{a1} - (\nu \varepsilon \Sigma_f)_1} - \Sigma_{a2} = \\ &= (\varepsilon \nu \Sigma_f)_2 - \Sigma_{a2} + ((\nu \varepsilon \Sigma_f)_1 - \Sigma_{a1}) \cdot \frac{(\varepsilon \nu \Sigma_f)_2}{\Sigma_{s1} + \Sigma_{a1} - (\nu \varepsilon \Sigma_f)_1} \end{aligned}$$

Combinando la (5) con la (2) si ha

$$(6) \quad (K_{\infty} - 1) \Sigma'_{a2} = \Sigma'_{p2} \left( 1 - \frac{(\nu \Sigma \bar{\Sigma}_f)_1}{\Sigma'_{s1} + \Sigma'_{a1}} \right)$$

Un'altra espressione equivalente è la seguente :

$$(6') \quad K_{\infty} = \frac{\Sigma'_{a2} + \Sigma'_{p2}}{\Sigma'_{a2}} \cdot \frac{(\Sigma'_{s1} + \Sigma'_{a1}) - (\nu \Sigma \bar{\Sigma}_f)_1}{(\nu \Sigma \bar{\Sigma}_f)_2} \cdot \frac{(\nu \Sigma \bar{\Sigma}_f)_2 + (\nu \Sigma \bar{\Sigma}_f)_1 \cdot \Sigma'_{a2} / \Sigma'_{s1}}{\Sigma'_{s1} + \Sigma'_{a1}}$$

Lo spettro aggiunto, sempre s'intende nel mezzo infinito avvelenato critico, è dato da

$$(7) \quad \frac{\phi_{1\infty}^+}{\phi_{2\infty}^+} = \frac{\Sigma'_{a2} + \Sigma'_{p2}}{(\nu \Sigma \bar{\Sigma}_f)_2} = \frac{\Sigma'_{s1}}{\Sigma'_{s1} + \Sigma'_{a1} - (\nu \Sigma \bar{\Sigma}_f)_1}$$

L'errore su  $\Sigma'_{p2}$  dovuto al cattivo aggiustamento dello spettro si scrive servendosi di metodi perturbativi

$$(8) \quad \Delta \Sigma'_{p2} = -(\Sigma'_{a2} + \Sigma'_{p2}) \frac{\Delta \phi_1 / \phi_2}{\phi_{1\infty} / \phi_{2\infty}} \cdot \frac{\Delta \phi_1^+ / \phi_2^+}{\phi_{1\infty}^+ / \phi_{2\infty}^+}$$

da cui l'errore su  $K_{\infty}$  risulta, giusta la (6)

$$(9) \quad \frac{\Delta K_{\infty}}{K_{\infty}} = \frac{1}{1 + A} \cdot \frac{\Delta \phi_1 / \phi_2}{\phi_{1\infty} / \phi_{2\infty}} \cdot \frac{\Delta \phi_1^+ / \phi_2^+}{\phi_{1\infty}^+ / \phi_{2\infty}^+}$$

dove

$$(10) \quad A = \frac{\Sigma'_{a2}}{\Sigma'_{a2} \Sigma'_{p2}} \cdot \frac{(\nu \Sigma'_f)_1}{\Sigma'_{a1} \Sigma'_{s1} - (\epsilon \nu \Sigma'_f)_1} = \frac{\Sigma'_{a2}}{\Sigma'_{s1}} \cdot \frac{(\nu \Sigma'_f)_1}{(\nu \Sigma'_f)_2}$$

Se invece si usa la (6'), si trova

$$(9') \quad \frac{\Delta K_{\infty}}{K_{\infty}} = \frac{\Delta \phi_1 / \phi_2}{\phi_1 / \phi_{2\infty}} \cdot \frac{\Delta \phi_1^+ / \phi_2^+}{\phi_1^+ / \phi_{2\infty}^+}$$

La differenza fra la (9) e la (9') è dovuta al fatto che la (6) e la (6') sono equivalenti, nel senso che danno entrambe il valore corretto di  $K_{\infty}$ , solo quando vi si introduce quella  $\Sigma'_{p2}$  che riduce precisamente  $K_{\infty}$  all'unità. Fuori da quel punto, si tratta solo di due funzioni di  $\Sigma'_{p2}$  non necessariamente coincidenti. In altre parole, mentre  $\Sigma'_{p2}$  è univocamente definita, anche fuori dallo spettro aggiustato, come la quantità di veleno che dà variazione di reattività nulla, ha senso parlare di  $K_{\infty}$ , espresso indifferentemente dalla (6) o dalla (6'), solo quando lo spettro è aggiustato.

Con maggior rigore si dovrebbe tener conto dell'assorbimento epitermico del veleno, e scrivere

$$(11) \quad \begin{aligned} \Sigma'_{p2} &= N_p \sigma_{p2} \\ \Sigma'_{p1} &= N_p \sigma_{p1} \end{aligned}$$

essendo  $N_p$  la concentrazione del veleno.



Date le (11) al posto della (3) scriveremo

$$(12) \quad \begin{aligned} (\Sigma'_{s1} + \Sigma'_{a1} - (\nu \Sigma'_f)_1 + N_p \sigma_{p1}) \phi_{1\infty} &= (\nu \Sigma'_f)_2 \phi_{2\infty} \\ (\Sigma'_{a2} + N_p \sigma_{p2}) \phi_{2\infty} &= \Sigma'_{s1} \phi_{1\infty} \end{aligned}$$

da cui

$$(13) \quad \frac{\phi_{1\infty}}{\phi_{2\infty}} = \frac{\Sigma'_{a2} + N_p \sigma_{p2}}{\Sigma'_{s1}} = \frac{(\nu \Sigma'_f)_2}{\Sigma'_{a1} + \Sigma'_{s1} - (\nu \Sigma'_f)_1 + N_p \sigma_{p1}}$$

Le ultime due (13) determinano  $N_p$ , dato questa volta della ra dice reale positiva, quando esiste ( $K_{\infty} > 1$ ) di un'eq. di II grado.

La relazione fra  $K_{\infty}$  e  $N_p$  si fa più complicata, cioè

$$(14) \quad K_{\infty} - 1 = \frac{N_p \sigma_{p2}}{\Sigma'_{a2}} \left[ 1 - \frac{(\nu \Sigma'_f)_1}{\Sigma'_{a1} + \Sigma'_{s1}} + \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{p2}} \frac{\Sigma'_{a2} + N_p \sigma_{p2}}{\Sigma'_{a1} + \Sigma'_{s1}} \right]$$

Al posto della (8) scriveremo

$$(15) \quad \Delta N_p = - \frac{\Sigma'_{a2} + N_p \sigma_{p2}}{\sigma_{p2} + \sigma_{p1}} \frac{\phi'_1}{\phi'_2} \frac{\phi_1}{\phi_2} \frac{\Delta \phi_1 / \phi_2}{\phi_{1\infty} / \phi_{2\infty}} \frac{\Delta \phi'_1 / \phi'_2}{\phi_{1\infty}' / \phi_{2\infty}'}$$

dove l'apice indica i flussi perturbati.

2. Consideriamo una regione moltiplicante omogenea, dotata di simmetria piana, cilindrica o sferica. Per fissare le idee prendiamo un cilindro assialmente infinito di raggio R. Lo spettro  $\frac{\phi_1}{\phi_2}$  a una distanza  $z$  dell'asse, in funzione dello spettro a una distanza  $z'$  per  $z, z'$  interni alla regione, si scrive

$$(16) \quad \frac{\phi_1}{\phi_2}(z) = \frac{1}{S} \cdot \frac{1 - \frac{T}{S} \frac{\phi_1}{\phi_2}(z')}{1 - S \frac{\phi_1}{\phi_2}(z')} \cdot \frac{X(\beta z')}{X(\beta z)} \cdot \frac{Y(\gamma z')}{Y(\gamma z)}$$

dove

$$(17) \quad S = \frac{\sum_{s1}'}{\sum_{a2}} \cdot \frac{1}{1 + L_2^2 \beta^2}$$

$$(18) \quad T = \frac{\sum_{s1}'}{\sum_{a2}} \cdot \frac{1}{1 - L_2^2 \gamma^2}$$

$$(19) \quad L_1^2 = \frac{D_1}{\sum_{a1} + \sum_{s1} - (\nu \sum_{f1})}$$

$$(20) \quad L_2^2 = \frac{D_2}{\sum_{a2}}$$

$\beta^2, -\gamma^2$  sono le due radici reali l'una positiva ( $K_{\infty} > 1$ ) l'al-

tra negativa, dell'equazione di criticità di II grado in  $B^2$ ,

$$(21) \quad \frac{(\nu \varepsilon \bar{\Sigma}_f)_2}{\bar{\Sigma}_{a2} + D_2 B^2} \cdot \frac{\bar{\Sigma}_{s1}}{\bar{\Sigma}_{a1} + \bar{\Sigma}_{s1} - (\nu \varepsilon \bar{\Sigma}_f)_1 + D_1 B^2} = 1$$

$$(22) \quad \left. \begin{aligned} X(\beta z) &= J_0(\beta z) \\ Y(\gamma z) &= I_0(\gamma z) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{per una regione comprendente il} \\ &\text{punto } z = 0. \end{aligned}$$

Un'equazione formalmente identica si ottiene per lo spettro aggiunto, sostituendo ai coefficienti  $T$  ed  $S$  i coefficienti  $T^+$  ed  $S^+$  così definiti

$$(23) \quad S^+ = \frac{(\nu \varepsilon \bar{\Sigma}_f)_2}{\bar{\Sigma}_{a2}} \cdot \frac{1}{1 + L_2^2 \beta^2}$$

$$(24) \quad T^+ = \frac{(\nu \varepsilon \bar{\Sigma}_f)_2}{\bar{\Sigma}_{a2}} \cdot \frac{1}{1 - L_2^2 \gamma^2}$$

Si noti che

$$(25) \quad \frac{T}{S} = \frac{T^+}{S^+} = \frac{1 + L_2^2 \beta^2}{1 - L_2^2 \gamma^2}$$

quando, entro una regione omogenea, data la forma della (16), il legame funzionale tra i valori di  $S \frac{\phi_1}{\phi_2}(z)$  in due punti diversi è lo stesso che per  $S^+ \frac{\phi_1^+}{\phi_2^+}(z)$ .

Il coefficiente  $\frac{1}{S}$  esprime lo spettro asintotico proprio del mezzo che riempie la regione considerata,  $\frac{\phi_{1as}}{\phi_{2as}}$ .

Facendo coincidere  $z'$  col confine esterno  $R$  della regione, è facile vedere dalla (16) che lo spettro tende al suo valore asintotico via via che ci si allontana dal confine, addentrandosi all'interno della regione.

Si osserva ancora che, se lo spettro sul confine è già quello asintotico, esso resta tale per ogni  $z$  all'interno della regione. Analoghe considerazioni valgono per lo spettro aggiunto.

Vale la pena di riscrivere la (16) per un mezzo avvelenato con un veleno termico fino ad avere  $K_{\infty}=1$ . In tal caso

$$\begin{aligned} \beta^2 &= 0 \\ (26) \quad \gamma^2 &= \frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2} \\ (27) \quad \frac{T}{S} &= - \frac{L_1^2}{L_2^2} \end{aligned}$$

Consideriamo per semplicità l'asse del cilindro  $z=0$ ; si ha :

$$(28) \quad \frac{\phi_1(0)}{\phi_2} \bigg/ \frac{\phi_{1as}}{\phi_{2as}} = \frac{1 - \frac{\phi_2(R)}{\phi_2} \bigg/ \frac{\phi_{2as}}{\phi_{2as}} \cdot \frac{1}{I_0(\gamma R)}}{1 + \frac{L_1^2}{L_2^2} \cdot \frac{1 - \frac{\phi_1(R)}{\phi_2} \bigg/ \frac{\phi_{2as}}{\phi_{2as}} \cdot \frac{1}{I_0(\gamma R)}}$$

BIBLIOGRAFIA.

- 1 Misura della costante di moltiplicazione infinita di reatticoli a uranio naturale e grafite nell'insieme critico RB1 con il metodo della reattività nulla, EUR 3126.i.
- 2 G.D. JOANOU, J.S. DUDEK, GAM-II: A  $B_3$  code for the calculation of fast neutron spectra and associated multigroup constants, GA-4265.
- 3 H.C. HONECK, THERMOS: A thermalization transport theory code for reactor lattice calculations, BNL-5826.
- 4 C.H. WESTCOTT: Effective cross section values for well-moderated thermal reactor spectra, AECL-1101 (1960).
- 5 S.R. LENIHAN, GAZE-2: A one-dimensional, multigroup neutron diffusion theory code for the IBM 7090, GA-3152.
- 6 T.B. FOWLER, M.L. TOBIAS, EQUIPOISE-3: A two dimensional two-group, neutron diffusion code for the IBM 7090 computer, ORNL-3199.
- 7 D.J. DONAHUE, D.D. LANNING, Determination of  $K_{\infty}$  from critical experiments with the PCTR: N.S.E. 4, 297-321 (1958).
- 8 K.H. BECKURTZ, K. WIRTZ: Neutron Physics, Springer Verlag (1964).

ELENCO TABELLE.

- 2.1 Costanti a due gruppi del reticolo B1 B29.2 omogeneizzato.
- 2.2 Costanti a due gruppi del reticolo B1 T5 omogeneizzato.
- 3.1 Costanti macroscopiche del reattore RB1 nel modello monodimensionale. a) Costanti veloci, b) Costanti termiche, c) Dati integrali.
- 3.2 Densità dei nuclidi in funzione del numero delle barre nel buffer interno.
- 3.3 Costanti macroscopiche del reattore RB1 nel modello bidimensionale. a) Costanti veloci, b) Costanti termiche, c) Dati integrali.
- 4.1 Quantità di veleno e rapporti epitermici per le diverse configurazioni. Reticolo B1 B29.2.
- 4.2 Quantità di veleno e rapporti epitermici per le diverse configurazioni. Reticolo B1 T5.
- 4.3 Quantità di veleno e rapporti epitermici nel modello bidimensionale. Reticolo B1 B29.2. a) Risultati relativi alle due configurazioni, b) Valori aggiustati.
- 6.1 Quantità di veleno e rapporti epitermici per le diverse configurazioni con buffer esterno avvelenato reticolo B1 B29.2.
- 7.1 Criteri di aggiustamento a 8 gruppi. Buffer interno non avvelenato.
- 7.2 Criteri di aggiustamento a 8 gruppi. Buffer interno avvelenato.
- 7.3 Dipendenza dell'aggiustamento dalla banda spettrale considerata.
- 8.1 Costanti a due gruppi per il buffer non appiattito.

- 8.2 Variazione assiale del flusso sulla cella di prova.
- 8.3 Valori delle fughe nella zona di prova e nel buffer interno.
- 8.4 Risultati per le due configurazioni.
- 8.5 Risultati a spettro aggiustato.
- 9.1 Effetto di un veleno che vada ad occupare la cavità della cella di prova.
- 9.2 Variazione di  $\Delta \rho$  con la pressione.
- 9.3 Rapporti spettrali.

ELENCO FIGURE.

- 1 Reattore RB1. Caricamento B1 B29.2. 1<sup>a</sup> configurazione.
- 2 Sezione orizzontale del reattore RB1. Schematizzazione per i calcoli.
- 3 Schematizzazione del reattore RB1 per calcoli bidimensionali.
- 4 Sezioni d'urto microscopiche dell' $U^{235}$ . a) Veloci, b) Termiche.
- 5 Sezioni d'urto microscopiche dell' $U^{238}$ . a) Veloci, b) Termiche.
- 6 Sezioni d'urto microscopiche del C. a) Veloci, b) Termiche.
- 7 Sezioni d'urto microscopiche dell'Al. a) Veloci, b) Termiche.
- 8 Sezioni d'urto microscopiche dell'O. a) Veloci, b) Termiche.
- 9 Variazione di  $K_{\infty}-1$  in funzione del rapporto  $\phi_1/\phi_2$  sul bordo della cella inserita. Reticolo B1 B29.2.  
a) Calcoli numerici monodimensionali, b) Formula perturbativa di Donahue-Heineman, c) Calcoli numerici monodimensionali a buffer avvelenato, d) Calcoli numerici bidimensionali, +) Punti sperimentali RB1.
- 10 Variazione di  $K_{\infty}-1$  in funzione del rapporto  $\phi_1/\phi_2$  sul bordo della cella inserita. Reticolo B1 T5, modello monodimensionale.
- 11 Interpolazione parabolica sui risultati sperimentali. Reticolo B1 B29.2. a) Retta passante per i due punti sperimentali, b) Parabola derivata dai calcoli numerici e passante per i due punti sperimentali.
- 12 Interpolazione parabolica sui risultati sperimentali. Reticolo B1 T5. a) Parabola passante per i 3 punti sperimentali, b) Parabola derivata dai calcoli numerici e passante per 2 punti sperimentali.
- 13 Criterio di Donahue-Heineman - Cella centrale-cella adiacente. (I punti 1,7,11,14,17 corrispondono alla discretizzazione usata nel testo). Reticolo B1 B29.2, modello monodimensionale.
- 14 Andamento lungo il raggio R dei flussi per la configurazione a 26 barre. Reticolo B1 B29.2, modello monodimensionale, cella inseri



ta-cella estratta.

- 15 Criterio di Donahue-Heineman - Cella centrale-cella adiacente. Reticolo B1 T5, modello monodimensionale.
- 16 Criterio di Donahue-Heineman - Cella centrale estratta-cella centrale inserita. Reticolo B1 B29.2, modello monodimensionale.
- 17 Criterio di Donahue-Heineman - Cella centrale estratta-cella centrale inserita. Reticolo B1 T5, modello monodimensionale.
- 18 Criterio di Donahue-Heineman - Cella centrale-cella adiacente. Reticolo B1 B29.2, modello bidimensionale.  
a) Periferia - centro cella di prova, b) Periferia cella di prova - buffer interno.
- 19 Criterio di Donahue-Heineman - Cella centrale estratta-cella centrale inserita. Reticolo B1 B29.2, modello bidimensionale.
- 20 Andamento assiale del flusso termico nella cella di prova. Reticolo B1 B29.2, 1ª configurazione, modello bidimensionale.  
a) Cella inserita, b) Cavità riempita con diffusore ( $D = 0,8425$ ),  
c) Cavità vuota ( $D = 8,425$ ).
- 21 Andamento del rapporto  $\phi_1^+/\phi_2^+$  in funzione di  $\phi_1/\phi_2$ . Reticolo B1 B29.2, modello monodimensionale. a) Buffer interno non avvelenato, b) Buffer interno avvelenato.
- 22 1° e 2° criterio di Donahue-Heineman con buffer interno avvelenato, reticolo B1 B29.2, modello monodimensionale.
- 23 1° e 2° criterio di Donahue-Heineman, indice  $\phi_7/\phi_8$ , reticolo B1 B29.2, modello monodimensionale.
- 24 Idem c.s., indice  $\phi_6/\phi_8$ .
- 25 Idem c.s., "  $\phi_5/\phi_8$ .
- 26 Idem c.s., "  $\phi_4/\phi_8$ .
- 27 Idem c.s., "  $\phi_3/\phi_8$ .

- 28 1° e 2° criterio di Donahue-Heineman con buffer interno avvelenato, indice  $\phi_7/\phi_8$ , reticolo B1 B29.2, modello monodimensionale.
- 29 Idem c.s.,  $\phi_6/\phi_8$ .
- 30 Idem c.s.,  $\phi_5/\phi_8$ .
- 31 Idem c.s.,  $\phi_4/\phi_8$ .
- 32 Idem c.s.,  $\phi_3/\phi_8$ .
- 33 Andamento assiale del flusso termico e veloce nelle condizioni di cella estratta ed inserita. Reticolo B1 B29.2; 1ª configurazione, modello bidimensionale.
- 34 Andamento assiale del flusso termico e veloce nelle condizioni di cella estratta ed inserita. Reticolo B1 B29.2; 2ª configurazione "non appiattita", modello bidimensionale.
- 35 1° e 2° criterio di Donahue-Heineman - Reticolo B1 B29.2 con una configurazione non appiattita, modello bidimensionale.
- 36 Effetto azoto - reticolo B1 B29.2 modello monodimensionale.